

Kopfrechnen – halbschriftliches Rechnen – schriftliches Rechnen

Stand: 31.01.2019

Kompetenzerwartungen

Jahrgangsstufen 1/2	Jahrgangsstufen 3/4
<p>M 1.2 Im Zahlenraum bis Hundert rechnen und Strukturen nutzen</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> wenden die Zahlsätze des Einspluseins bis zwanzig sowie deren Umkehrungen automatisiert und flexibel an, wobei sie ihre Kenntnisse auf analoge Plus- und Minusaufgaben übertragen. nutzen Rechenstrategien (Rechnen in Schritten, Umkehr- und Tauschaufgaben, analoge Aufgaben, Nachbaraufgaben) sowohl im Zahlenraum bis 20 als auch im Zahlenraum bis 100, vergleichen sowie bewerten Lösungswege und begründen ihre Vorgehensweise. 	<p>M 1.2 Im Zahlenraum bis zur Million rechnen und Strukturen nutzen</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> entscheiden passend zu einer gegebenen Aufgabe, welche Art der Berechnung zur Lösung angemessen ist (im Kopf, halbschriftlich, schriftlich) und erstellen sinnvolle und nachvollziehbare Notizen (z. B. Rechenstrich, Zwischenergebnisse, Teilrechnungen) wenden automatisiert die schriftlichen Verfahren der Addition, der Subtraktion (Abziehverfahren), der Multiplikation (ein- und zweistellige Multiplikatoren) und der Division (Divisoren bis einschließlich 10, auch mit Rest) an.

1. Kopfrechnen

Kopfrechnen ist automatisierendes Üben mit dem Ziel, mathematisches Wissen und Können zu festigen. Es darf aber erst dann einsetzen, wenn das Verständnis ausreichend entwickelt ist, da sonst die Gefahr besteht, dass sich fehlerhafte Strategien bei den Schülerinnen und Schülern verfestigen. Sicheres Kopfrechnen entlastet bei komplexeren mathematischen Anforderungen (z. B. Einmaleins – schriftliche Multiplikation).

Gestütztes Kopfrechnen erlaubt ein Notieren von Zwischenschritten und -ergebnissen.

2. Halbschriftliche Rechenverfahren

„Unter halbschriftlichem Rechnen versteht man die Ausführung und Darstellung von eigenständigen, flexiblen Rechenstrategien, die zwischen dem mündlichen Rechnen (Kopfrechnen) und den schriftlichen Normalverfahren stehen. Das halbschriftliche Rechnen verknüpft die Kenntnisse und Automatismen des Einspluseins, Einsminuseins, Einmaleins und Einsdurcheins mit den dezimalen Strukturen des Zahlenaufbaus und nutzt elementare Rechengesetze wie das Kommutativ-, das Assoziativ- und das Distributivgesetz (...).“ (M. Schmassmann, E. Moser Opitz: Heilpädagogischer Kommentar zum Schweizer Zahlenbuch 4, Klett und Balmer AG, Zug 2009, S. 39).

Halbschriftliches Rechnen wird oft als lästige Pflicht auf dem Weg zum schriftlichen Verfahren gesehen. Gerade bei Kindern mit Lernschwierigkeiten in Mathematik wird diese

Rechenart zu häufig wegen Überforderung abgelehnt. Nicht selten wird den Kindern insbesondere von den Eltern bereits in Jahrgangsstufe 2 das schriftliche Rechenverfahren als Tipp vorgestellt. Aber gerade das halbschriftliche Verfahren sollte aus folgenden Gründen im Unterricht einen hohen Stellenwert haben:

- Es fordert und fördert mathematisches Denken
 - durch den Aufbau der Zahlvorstellung. Der dezimale Zahlaufbau wird durch das Zerlegen der Zahlen in dezimale Strukturen vertieft (z. B. $468 + 349 = 400 + 300 + 60 + 40 + 8 + 9 = 817$).
 - durch den Aufbau des Operationsverständnisses. Das Nutzen von Rechenvorteilen fordert und fördert die Einsicht in Zahlbeziehungen und operative Zusammenhänge, z. B. $346 + 79 = 346 + 80 - 1 = 425$.
 - durch die Entwicklung und Anwendung elementarer Rechengesetze (Kommutativgesetz $11 + 458 = 458 + 11$; Assoziativgesetz $614 + 37 + 23 = 614 + (37 + 23)$, Distributivgesetz $8 \cdot 48 = 8 \cdot 40 + 8 \cdot 8$).
- Es fordert und fördert flexibles Denken, denn die gewählte Rechenstrategie ist abhängig vom vorliegenden Zahlenmaterial.
- Halbschriftliche Strategien bieten die Möglichkeit, arithmetischen Basisstoff (Einspluseins, Einmaleins,...) zu verstehen und zu vertiefen.
- Durch das Reflektieren über die benutzten Denk- und Rechenwege können Kopfrechenstrategien weiterentwickelt werden.

Halbschriftliche Rechenverfahren auch für leistungsschwächere Kinder?

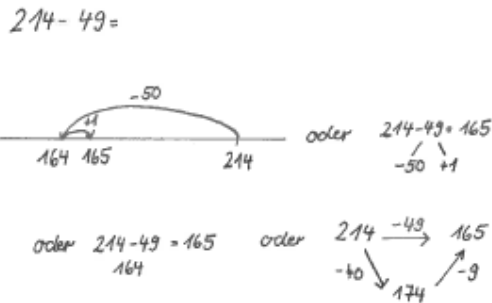
Vielfach herrscht die Meinung, dass Kinder mit individuellem Förderbedarf überfordert sind, verschiedene Lösungswege bzw. Strategien zu verstehen und man tendiert dazu, diese auf den sogenannten „Königsweg“ festzulegen. Häufig geschieht dies z. B. beim Zehnerübergang plus und minus in Jahrgangsstufe 1. Der traditionelle Weg $8 + 9 = 8 + 2 + 7 = 17$ kann zwar bei jeder Aufgabe angewandt werden, jedoch ist dieser auch sehr fehleranfällig. So muss das Kind zunächst auf 10 ergänzen, dann die entsprechende Zerlegung des zweiten Summanden wissen und die zweite Zahl zum 10er addieren. Wird die Aufgabe über die Verdoppelung gelöst, so muss das Kind lediglich die Aufgabe $8 + 8$ auswendig wissen und eins dazuzählen. Diese Strategie gilt zwar nur für eine beschränkte Anzahl von Aufgaben, die Schritte sind jedoch mathematisch weniger anspruchsvoll und somit ist die Fehlerhäufigkeit wesentlich geringer.

Damit auch ein Kind mit individuellem Förderbedarf unterschiedliche halbschriftliche Strategien kennt und anwenden kann, müssen diese zunächst anhand entsprechender Veranschaulichungen erarbeitet werden. Zudem wird das Arbeitsmaterial bei Bedarf auch in Übungsphasen verwendet.

Notation der Rechenwege

Das Protokollieren des Rechenweges hilft einerseits die eigenen Gedanken zu strukturieren und den eigenen Weg zu reflektieren und andererseits, sich mit anderen über den Rechenweg auszutauschen.

Die Notation ist beim halbschriftlichen Rechnen kein feststehender Algorithmus, vielmehr sollten individuelle Darstellungen akzeptiert werden, z. B.

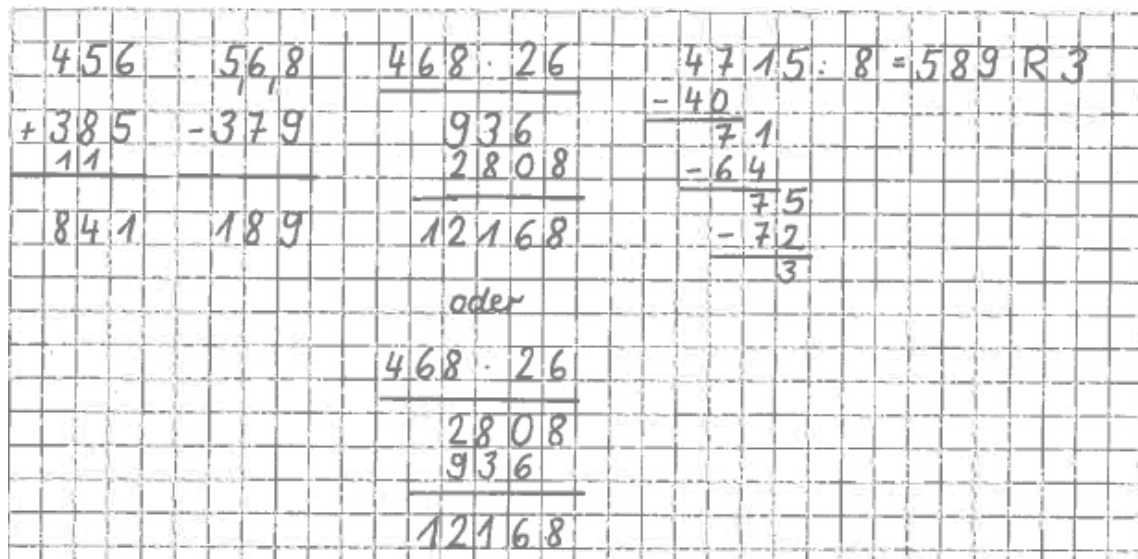
$$214 - 49 =$$


3. Schriftliche Rechenverfahren

Schriftliche Rechenverfahren

- gehen ziffernweise vor, der Wert der dezimalen Einheit wird während des Rechenprozesses nicht berücksichtigt, jede Ziffer wird wie Einer behandelt.
- Der Algorithmus funktioniert immer, unabhängig vom Zahlenmaterial.

Schriftliche Rechenverfahren spielen im Alltag immer weniger eine Rolle, da das Berechnen in der Regel von Maschinen ausgeführt wird. Sie werden jedoch als kulturhistorisch bedeutsamer Unterrichtsinhalt gesehen, als ein Weg zum Verstehen der Mathematik (vgl. Schipper, 2003, S.102). Deshalb steht nicht nur das Beherrschen des Rechenverfahrens im Mittelpunkt, sondern auch das Verstehen des Algorithmus. Dies setzt verschiedene Überlegungen darüber voraus, z. B. Was bedeutet der Übertrag beim Addieren? Was wäre, wenn man bei der schriftlichen Subtraktion nicht an der letzten sondern an der ersten Stelle beginnen würde? Warum rückt man bei der Multiplikation ein? Warum wird bei der schriftlichen Division multipliziert?



Schriftliche Verfahren entwickeln die Kinder im Rahmen des forschend – entdeckenden Lernens. Sie vergleichen schriftliche und halbschriftliche Verfahren.

4. Flexibles Anwenden der drei Rechenarten

Eine Kompetenz, über die Schülerinnen und Schüler verfügen sollten, ist die drei Rechenverfahren je nach Zahlenmaterial flexibel anzuwenden, z. B.

- Rechne nur die Aufgaben, die du im Kopf rechnen kannst.

$$569 - 198 =$$

$$674 + 356 =$$

$$497 + 269 =$$

$$716 - 337 =$$

$$604 - 589 =$$

Erkläre, wie du diese Aufgaben rechnest.

- Ordne die Aufgaben nach der Rechenart, die du verwendest

Kopfrechnen	halbschriftlich	schriftlich

Begründe, warum du die Aufgaben so eingeordnet hast.

z.B. $9 \cdot 17$

$$5624 + 2006$$

$$420763 : 7$$

$$654 - 649$$

$$212 \cdot 20$$

$$268563 : 6$$

$$2719 + 298$$

$$648 \cdot 47$$

$$9568 + 5607$$