



# KIRA - Kinder Rechnen Anders

## Vorgehensweisen bei der halbschriftlichen Subtraktion

Auf dieser Seite erhalten Sie die Möglichkeit, sich mit Vorgehensweisen von Grundschulern bei Aufgaben zur halbschriftlichen Subtraktion auseinanderzusetzen. Anhand von Schülerdokumenten und Videos werden Einblicke in die Vorgehensweisen von Schülerinnen und Schülern gegeben und charakteristische Schwierigkeiten näher betrachtet.

1. Moritz rechnet 34198-17210
2. Hintergrundwissen zur halbschriftlichen Subtraktion
  - 2.1. Hauptstrategien
  - 2.2. Typische Fehler
3. Eigene Erkundung der halbschriftlichen Subtraktion
  - 3.1. Analyse der Hauptstrategien
  - 3.2. Analyse individueller Lösungswege
  - 3.3. Analyse typischer Fehler
  - 3.4. Das Kira-Quiz
4. Weiterführende Aufgabe
5. Verwandte Themen
6. Zitierte Literatur
7. Weiterführende Literatur

### 1. Moritz rechnet 34198-17210

Der Drittklässler Moritz sollte zu Beginn des Schuljahres die Aufgabe 34198 - 17210 lösen. Zu diesem Zeitpunkt lernte er gerade den Zahlenraum bis 1000 kennen, das Verfahren der schriftlichen Subtraktion war ihm noch nicht bekannt, und ein Taschenrechner stand ihm ebenfalls nicht zur Verfügung.



**Schauen Sie sich Moritz Vorgehensweisen an:**



Was soll dieses Beispiel verdeutlichen?

Moritz versucht zunächst die Aufgabe im Kopf zu lösen und nur das Ergebnis zu notieren, stellt dabei jedoch fest, dass er sich nicht alle notwendigen Zwischenschritte merken kann. Um dennoch ohne weitere Hilfsmittel zur Lösung zu kommen, rechnet Moritz halbschriftlich. Er erleichtert sich das Lösen der Aufgabe, indem er einige Teilschritte und Teillösungen notiert. Besonders bemerkenswert dabei ist Moritz Lösungsweg: Er löst die Aufgabe nicht durch Abziehen, sondern durch Ergänzen.

### 2. Hintergrundwissen zur halbschriftlichen Subtraktion

Das zentrale Kennzeichen des halbschriftlichen Rechnens ist die Zerlegung von komplizierten Aufgaben in leichtere Teilaufgaben. Dabei werden, wie Moritz es zeigt, einzelne Rechenschritte sowie Teilergebnisse notiert, bis am Schluss das Ergebnis ermittelt ist (vgl. Wittmann & Müller 1993, S. 85). Das halbschriftliche Rechnen zeichnet sich durch folgende Charakteristika aus:

- Die Rechenwege sind beim halbschriftlichen Rechnen im Gegensatz zu den schriftlichen Algorithmen nicht vorgegeben.
- Die Notationsweise ist nicht festgelegt. Die Kinder notieren nicht unbedingt alle Teilschritte.
- Welche Lösungsstrategie - aus der Sicht geübter Rechner - sinnvoll oder weniger sinnvoll ist, hängt von den Zahlenwerten der jeweiligen Aufgabe ab.

## 2.1. Hauptstrategien

Es gibt typische Hauptstrategien der halbschriftlichen Subtraktion (vgl. Padberg 2005, S. 170-173; Benz 2005, S. 61-64), die in vielen Schulbüchern explizit angesprochen werden. Selbstverständlich treten im Unterricht diese Strategien nicht immer in Reinform auf. Auch Variationen und Mischformen der Strategien sind möglich. Folgende Hauptstrategien werden unterschieden (vgl. Padberg 2005, S. 170-173; Benz 2005, S. 61-64):

<u>Strategie</u>	<u>Beschreibung</u>	<u>Beispiel</u>
<b>1. Schrittweise</b>	Der Subtrahend wird hierbei (meistens in Stellenwerte) zerlegt und schrittweise vom Minuenden subtrahiert. Die Vorgehensweisen und Notationen sind dabei durchaus unterschiedlich. Charakteristisch für diese Strategie ist, dass der Minuend unverändert bleibt und der Subtrahend in Schritten abgezogen wird.	$86 - 59 =$ $\underline{86 - 50 = 36}$ $36 - 9 = 27$
<b>2. Stellenweise</b>	Die Subtraktion verläuft stellenweise, das heißt Hunderter, Zehner und Einer werden beispielsweise getrennt voneinander subtrahiert. Dazu werden beide Zahlen in ihre jeweiligen Stellenwerte zerlegt. In einigen Fällen werden auch Zehner und Einer in einem Schritt subtrahiert. Potenzielle Schwierigkeiten treten vor allem bei negativen Zahlen auf.	$599 - 234 = 365$ $500 - 200 = 300$ $90 - 30 = 60$ $9 - 4 = 5$
<b>3. Mischform aus Stellen- und Schrittweise</b>	Minuend und Subtrahend werden in ihre Stellenwerte zerlegt. Oftmals wird dann ein Stellenwert stellenweise subtrahiert, z.B. die Zehner im nebenstehenden Beispiel. Dann wird schrittweise weiter gerechnet.	$58 - 43 = 15$ $\underline{50 - 40 = 10}$ $10 + 8 = 18$ $18 - 3 = 15$
<b>4. Hilfsaufgabe</b>	Durch Auf- oder Abrunden einer Zahl auf den nächsten vollen Zehner oder Hunderter mit nachträglicher Korrektur oder in speziellen Fällen auch durch Analogieaufgaben kann man Hilfsaufgaben nutzen.	$71 - 69 = 2$ $\underline{71 - 70 = 1}$ $1 + 1 = 2$
<b>5. Vereinfachen</b>	Minuend und Subtrahend werden nach dem <b>Gesetz der Konstanz der Differenz</b> gleichsinnig verändert.	$48 - 26 = 22$ $\underline{52 - 30 = 22}$

**6. Ergänzen**

Vom Subtrahenden wird oftmals stellengerecht (wie im nebenstehenden Beispiel) oder mit dem Ziel, glatte Zwischenergebnisse zu bekommen, zum Minuenden ergänzt. Diese Strategie kann als Sonderfall der Strategie Schrittweise aufgefasst werden, da hier in Schritten vom (unveränderten) Subtrahenden zum Minuenden ergänzt wird.

$$\underline{333 - 212 = 121}$$

$$\begin{array}{l} 212 + 1 = 213 \\ 213 + 20 = 233 \\ 233 + 100 = 333 \end{array}$$

Bei einer Untersuchung von Selter (2000) zu den Vorgehensweisen von Grundschülerinnen bei Aufgaben zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 1000 stellte sich heraus, dass die Mehrzahl der Kinder unabhängig von den Zahlenwerten die Rechenstrategien "Schrittweise" und "Stellenweise" nutzten, obwohl ihnen der Rechenweg freigestellt war. Zudem stellte sich heraus, dass die Kinder oftmals bei der Berechnung verschiedener Aufgaben eine Hauptstrategie beibehielten und nicht aufgabenabhängig die Strategie wechselten.

**2.2. Typische Fehler**

Beim Lösen von Subtraktionsaufgaben treten manche Fehler vermehrt auf. Man spricht daher auch von *typischen* Fehlern bei der halbschriftlichen Subtraktion. Meseth & Selter (2002, S. 55 ff.) haben in einer Studie einige typische Fehler beim halbschriftlichen Addieren und Subtrahieren herausgearbeitet. Bei der halbschriftlichen Subtraktion tauchen nach Meseth & Selter (2001) relativ häufig die drei folgenden Fehler auf:



$$845 - 399 = 554$$

$$701 - 698 = 1$$

$$701 - 698 = 97$$

$$\begin{array}{r} 845 - 399 = 554 \\ 800 - 300 = 500 \\ 4 - 9 = 5 \\ 5 - 9 = 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 700 - 600 = 100 \\ 100 - 1 = 99 \\ 99 - 98 = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 701 - 600 = 101 \\ 101 - 98 = 3 \\ 101 - 3 = 97 \end{array}$$

Verstehen Sie, wie diese fehlerhaften Lösungen entstanden sein könnten?



**Hier** finden Sie eine kompetenzorientierte Erklärung der Rechenfehler.

**3. Eigene Erkundungen der halbschriftlichen Subtraktion****3.1. Analyse der Hauptstrategien**

Im Folgenden sehen Sie Lösungswege von Dritt- und Viertklässler/innen, die den Hauptstrategien der halbschriftlichen Subtraktion zugeordnet werden können.



Versuchen Sie die Lösungswege der Kinder, soweit dies möglich ist, jeweils einer der oben angegebenen Strategien zuzuordnen!

$64 - 37 = 27$   
 $60 - 30 = 30$   
 $4 - 7 = 3$

$86 - 59 =$   
 $86 - 50 = 36$   
 $36 - 9 = 27$

$451 - 422 = 29$   
 $100 - 100 = 0$   
 $51 - 22 = 29$

$630 - 450 = 180$   
 $580 - 100 = 480$   
 $50 - 50 = 0$

$187 - 125 = 62$   
 $20 + 60 = 80$   
 $5 + 2 = 7$

$133 - 45 = 88$   
 $133 - 5 = 128$   
 $128 - 40 = 88$



Hier finden Sie eine mögliche Zuordnung.

### 3.2. Analyse individueller Lösungswege



Auch wenn verschiedene Kinder die gleiche Strategie einschlagen, kann man trotzdem immer individuelle Unterschiede in der Durchführung bzw. Anwendung der jeweiligen Strategie erkennen. Im Folgenden sehen Sie drei Kinder, die alle versuchen mit der Strategie "Stellenweise", die ihnen vorgelegte Aufgabe zu lösen.

Welche Unterschiede können Sie im Vorgehen der Kinder innerhalb der Strategie "Stellenweise" feststellen?



Mourice, 3. Klasse



Florian, 4. Klasse



Melissa, 3. Klasse

$$630 - 450 = 220$$

$$\begin{array}{r} 600 - 400 = 200 \\ 30 - 50 = 20 \\ \hline 630 - 450 = 220 \end{array}$$

$$64 - 37 = 27$$

$$\begin{array}{r} 60 - 30 = 30 \\ \cancel{4} + 7 \\ 50 - 30 = 20 \\ \hline 20 + 7 = 27 \end{array}$$

$$398 - 110 = 280$$

$$\begin{array}{r} 300 - 100 = 200 \\ 9 - 1 = 8 \\ 8 - 0 = 8 \\ \hline 280 \end{array}$$



**Hier** finden Sie eine mögliche Analyse der unterschiedlichen Vorgehensweisen.

### 3.3. Analyse typischer Fehler

Wie bereits im Abschnitt 2.2. verdeutlicht, gibt es typische Fehler bei der halbschriftlichen Subtraktion.

Betrachten Sie die abgebildeten Kinderrechenwege von Melissa und Mourice. Verstehen Sie auf Anhieb, wie die Fehler zustande kommen? Betrachten Sie anschließend die Videos.



Anna rechnet die Aufgabe letztendlich wie unten angegeben und kommt zu dem korrekten Ergebnis 55. Zuvor kommt sie aber auf die Lösung 41, etwas später auf 39. Haben Sie eine Erklärung, wie sie auf 41 und 39 kommt? Schauen Sie sich hierzu das Video von Anna an.

Welche typischen Rechenfehler (vgl. Abschnitt 2.2.) können Sie im Vorgehen der Kinder ermitteln?



Melissa, 3. Klasse

$$46 - 28 = 22$$

$$\begin{array}{r} 40 + 20 = 20 \\ 8 - 6 = 2 \\ \hline \end{array}$$



Mourice, 3. Klasse

$$34198 - 17210 = 998$$

$$\begin{array}{r} 30000 + 10000 = 20000 \\ 4000 - 2000 = 2000 \\ 2000 - 198 = 1802 \\ \hline \end{array}$$



Anna, 4. Klasse

$$96 - 41 = 55$$

$$\begin{array}{r} 90 - 40 = 50 \\ 6 - 1 = 5 \\ \hline \end{array}$$



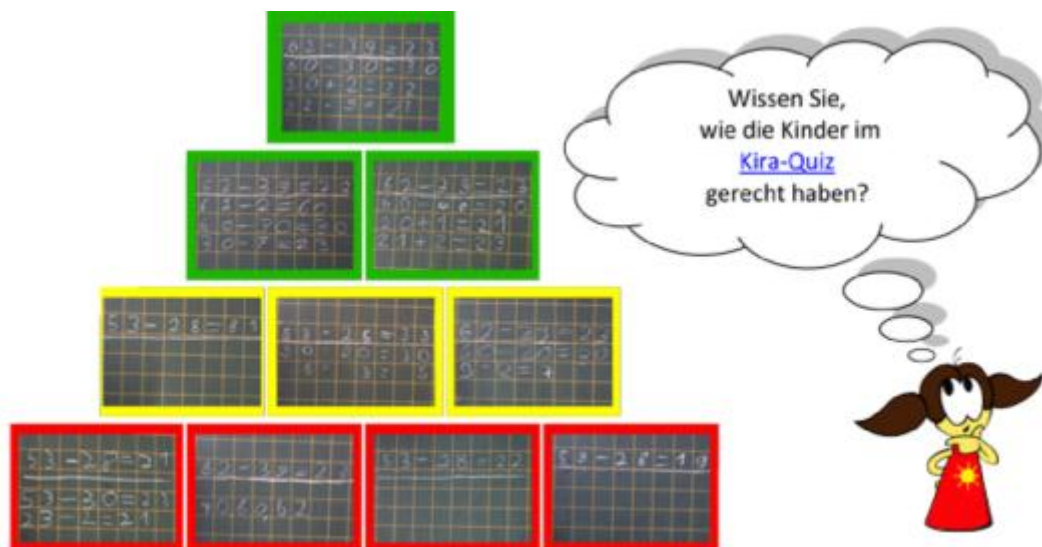
**Hier** finden Sie eine kompetenzorientierte Analyse der Fehler.

### 3.4. Das KIRA-Quiz

Beim **KIRA-Quiz** können Sie weiterhin testen, wie gut Sie sich schon in das mathematische Denken von Kindern bei der



halbschriftlichen Subtraktion hineinversetzen können. Wir haben Kinder die Subtraktionsaufgaben 62-39 sowie 53-28 rechnen lassen. Auf den QUIZ Seiten finden Sie zehn unterschiedliche Schülerlösungen für diese Aufgaben, und Sie können versuchen, selbst herauszufinden, wie die Kinder gerechnet haben.



#### 4. Weiterführende Aufgabe



Hier finden Sie weitere Kinderdokumente zur Analyse aus einer **Bachelorarbeit zur halbschriftlichen Subtraktion**. In dieser Arbeit wurde untersucht, ob es mögliche Einflussfaktoren auf die Wahl der Strategie gibt. Hierzu wurden gezielt die Einflussfaktoren "mit oder ohne Kontextbezug" und "bekannter oder unbekannter Zahlenraum" betrachtet. Zudem wurde die Fehleranfälligkeit einzelner Strategien analysiert.

#### 5. Verwandte Themen

##### Halbschriftliche Addition KIRA-Quiz



Materialien zum Thema 'Rechnen auf eigenen Wegen' sowie 'Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen' finden Sie auf der Website des Projekts PIK AS in **Haus 5** 'Individuelles und gemeinsames Lernen'.

#### 6. Zitierte Literatur

- Benz, C. (2005): Erfolgsquoten, Rechenmethoden, Lösungswege und Fehler von Schülerinnen und Schülern bei Aufgaben zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 100. Hildesheim, Berlin: Franzbecker, S. 60-84.**  
**Meseth, V. & Selter, Ch. (2002): Zu Schülerfehlern bei der nicht-schriftlichen Addition und Subtraktion im Tausenderraum. In: Sache-Wort-Zahl. H. 45, S. 51-58.**  
**Padberg, F. (2005): Didaktik der Arithmetik für Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung (3. Auflage). München: Spektrum akademischer Verlag. S. 170-172.**  
**Selter, Ch. (2000): Vorgehensweisen von Grundschülerinnen bei Aufgaben zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 1000. In: Journal für Mathematikdidaktik. H. 2, S. 227-258.**

#### 7. Weiterführende Literatur

Benz, C. (2005): Erfolgsquoten, Rechenmethoden, Lösungswege und Fehler von Schülerinnen und Schülern bei Aufgaben zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 100. Hildesheim, Berlin: Franzbecker.

Höveler, K. (2009): Mündliches und halbschriftliches Rechnen. In: H. Bartnitzky; H. Brügelmann u.a. (Hrsg.): Kursbuch Grundschule. Frankfurt a.M.: Grundschulverband, S. 572 f.

**Krauthausen, G. & Scherer, P. (2005): Einführung in die Mathematikdidaktik. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, S. 44-47.**

Padberg, F. & Benz, Ch. (2011): Didaktik der Arithmetik. Für Lehrerbildung und Lehrerfortbildung (4. erweiterte, stark überarbeitete Auflage). München: Spektrum akademischer Verlag.

**Wittmann, E. Ch. & Müller, G. N. (1993): Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 1. Vom Einspluseins zum Einmaleins. Leipzig: Klett, S. 85-88.**

Benutzer/Passwort:

login

**So erhalten Sie die Zugangsdaten**

v:mlp

**tu** technische universität  
dortmund

