



# KIRA - Kinder Rechnen Anders

## Strategien zur Einschätzung von Wahrscheinlichkeiten

Ob beim Glücksrad drehen auf der Kirmes oder beim ‚Mensch ärgere Dich nicht‘ Spielen in der Familie: Glücksspiele und somit auch der Umgang mit Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten, kommen im alltäglichen Leben vor. Dennoch sind sich viele Kinder und auch Erwachsene häufig nicht darüber bewusst, dass hinter dem Zufall Regelmäßigkeiten stecken. Welches Wissen und welche Strategien Kinder mitbringen, um Wahrscheinlichkeiten einzuschätzen, zeigen wir auf dieser Seite. Hier können Sie üben ausgewählte Schülerdokumente (entnommen aus Knappstein 2010) auf gegebene Strategien hin zu analysieren und zu bewerten.

### 1. Wenn die Sechs dreimal hintereinander fällt...

#### 2. Hintergrundwissen

##### 2.1. Die Bedeutung des Umgangs mit Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten

##### 2.2. Häufig gezeigte Strategien und Vorstellungen zur Einschätzung von Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten

#### 3. Eigene Erkundung: Beispiele für die genannten Strategien/Vorstellungen

#### 4. Schülerdokumente analysieren

#### 5. Weiterführende Aufgabe

#### 6. Verwandte Themen

#### 7. Material

#### 8. Zitierte Literatur

#### 9. Weiterführende Literatur

### 1. Wenn die Sechs dreimal hintereinander fällt...



Linus reagiert auf die Aussage, dass beim Würfeln mit einem Würfel die Auftrittswahrscheinlichkeit für alle Augenzahlen gleich ist, folgendermaßen:

„Aber bei mir kam beim Würfelspiel gestern dreimal die 6 hintereinander. Also ist die 6 eher wahrscheinlich.“

**Wie kommt Linus zu dieser Aussage? Wie würden Sie mit solchen Aussagen im Unterricht umgehen?**

#### 2. Hintergrundwissen

##### 2.1. Die Bedeutung des Umgangs mit Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten

Der Umgang mit „Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten“ ist laut den Bildungsstandards (vgl. KMK 2005) fester Bestandteil des Mathematikunterrichts der Grundschule, der im Sinne des Spiralprinzips durchgehend in allen Jahrgangsstufen gefördert werden sollte. So soll laut dem Lehrplan für das Land NRW sichergestellt werden, dass die Kinder Daten „in Bezug auf konkrete Fragestellungen [auswerten, sowie] die Wahrscheinlichkeiten einfacher Ereignisse“ (MSW NRW 2008, S. 18) einschätzen lernen. Während dabei bis zum Ende der Schuleingangsphase das Sammeln und die Darstellung und Auswertung von Daten im Vordergrund stehen (vgl. ebd.), sollten die Kinder am Ende der Schuleingangsphase „die Wahrscheinlichkeit von einfachen Ereignissen (z.B. mit Begriffen wie „sicher, wahrscheinlich, unmöglich, immer, häufig, selten, nie“)“ (ebd.) beschreiben sowie „die Anzahl verschiedener Möglichkeiten im Rahmen einfacher kombinatorischer Aufgabenstellungen“ (ebd.) bestimmen können. Hierbei ist wichtig, die alltagssprachlich verwendeten Begrifflichkeiten bewusst auch als mathematische Fachbegriffe zu

thematisieren, um deren zum Teil abweichende Bedeutung herauszustellen (Walther u.a. 2008, S. 150).



Weitere Informationen zu den geforderten Kompetenzen im Umgang mit Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten, finden Sie im **Lehrplan NRW** (MSW NRW 2008) und den **Bildungsstandards** (KMK 2005).

## 2.2. Häufig gezeigte Strategien und Vorstellungen zur Einschätzung von Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten:

Im Mathematikunterricht sollen die Kinder die Gelegenheiten bekommen zu lernen, „ihr subjektives Empfinden [...] zunehmend in den Hintergrund“ (Walther u.a. 2008, S. 150) zu stellen. Dies ist keine leichte Forderung, denn nicht nur Kindern, sondern auch Erwachsenen mit „gut ausgebildeten fachlichen Vorstellungen“ (Büchter u.a. 2005, S. 5) gelingt dies nicht immer, da sie sich oft von informellen Erfahrungen leiten lassen, wenn sie Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten einschätzen sollen. In der Literatur (vgl. Pratt 2000) werden diesbezüglich vier verschiedene Begründungsstrategien (eher im Sinne von „Vorstellungen“ zu verstehen) genannt:

1. Die **„availability heuristic“** (**„Verfügbarkeitsheuristik“**), nach der Urteile auf häufig erlebte Situationen zurückgeführt werden. So wird das Vorkommen der 6 aufgrund der Erfahrungen bei Brettspielen häufig als unwahrscheinlicher angesehen. Verfügbare oder vertraute Erfahrungen werden für maßgeblich erachtet.
2. Die **„representativeness heuristic“** (**„Verallgemeinerung“**), die auftritt, wenn oft wenige, selbst durchgeführte Versuche als repräsentativ für die allgemeine Häufigkeitsverteilung angesehen werden. Wenn also bei zehnmalem Würfeln mit einem Würfel die 3 am häufigsten vorkommt, wird daraus geschlossen, dass ihr Auftreten generell wahrscheinlicher ist als das der anderen Augenzahlen, ähnlich wie es im Einstiegsbeispiel bei Linus der Fall ist. Von den wenigen Erfahrungswerten wird auf die Grundgesamtheit geschlossen.
3. Die **„equiprobability bias“** (**„Gleichwahrscheinlichkeitstendenz“**), die besagt, dass alle Möglichkeiten gleich wahrscheinlich sind, so bspw. auch die Augensummen 12 und 7 beim Würfeln mit zwei Würfeln.
4. Der **„outcome approach“** (**„Ergebnisorientierte Ansatz“**), bei dem man nicht auf die Wahrscheinlichkeit, sondern auf den speziellen Ausgang des Versuchs eingeht. Demzufolge wäre z.B. der Ausgang beim Glücksraddrehen davon abhängig, ob man mit viel oder wenig Schwung gedreht hat.



Weitere Informationen zu den genannten Strategien/Vorstellungen finden Sie i:

Pratt, D. (2000): Making sense of the total of two dice. In: Journal for Research in Mathematics Education. H. 5 (31), S. 602-625. Verfügbar unter: [http://people.ioe.ac.uk/dave\\_pratt/Dave\\_Pratt/Randomness\\_and\\_probability\\_files/Two%20dice.pdf](http://people.ioe.ac.uk/dave_pratt/Dave_Pratt/Randomness_and_probability_files/Two%20dice.pdf) (Abruf am 25.07.2011)

## 3. Eigene Erkundung: Beispiele für die genannten Strategien/Vorstellungen



Entwickeln Sie zu jeder der oben genannten Strategien/Vorstellungen eine mögliche Aussage zur Auftrittswahrscheinlichkeit der einzelnen Augenzahlen beim Würfeln mit einem Würfel, wie sie auch aus dem Munde eines Grundschülers stammen könnte.

## 4. Schülerdokumente analysieren

Wir haben Viertklässler darum gebeten zuerst in Einzelarbeit 30-mal mit einem Würfel zu würfeln und eine Strichliste über die geworfenen Augenzahlen zu führen. Weiterhin sollten die Kinder dann herausstellen, was ihnen an den Ergebnissen bzw. der Strichliste auffällt und diese Auffälligkeiten begründen.



Schauen sie sich nun die unten gezeigten Kinderdokumente (aus Knapstein 2010) an. Können Sie bei den Lösungen der Kinder die oben dargestellten Strategien/Vorstellungen identifizieren? Wenn ja, welche? Begründen Sie Ihre Entscheidung!

Was fällt dir auf?

Das die 6 öfter vor kommt als die anderen zahlen.

Versuche deine Entdeckungen zu begründen.

Ich glaube das mein Würfel gerinkt ist weil immer wenn ich ein ~~W~~ Würfelspiel ~~ge~~ spiele kommt die 6 nicht so oft vor.

**Enrico**

Was fällt dir auf?

Das ich ganz oft die 6 und die 4 gewürfelt habe.

Versuche deine Entdeckungen zu begründen.

ich glaube das mein würfel spitze Ecken hat?

**Catherine**

Was fällt dir auf?

Die 6 wurde bei mir am meisten gewürfelt, selbst wenn ich 10 mal würfeln dürfte glaube ich das die 6 immer noch vorne wäre.

Versuche deine Entdeckungen zu begründen.

**Fabian**

Was fällt dir auf?

Es gibt zwei mal 7 und zwei mal 4 einmal gibt es 5 und 3. Mir fällt auf das wir nur ein Paar Zahlen unterschied ist.

Versuche deine Entdeckungen zu begründen.

Es gibt sechs Zahlen die nicht viel unterschied haben.

**Sabrina**

Was fällt dir auf?

*das das alles ganz andere und unterschiedliche  
Ergebnisse sind. Und wenn man alle ergebnisse  
zusammen rechnet ergibt das es ungefähr die Hälfte  
3/4 1/2.*

Versuche deine Entdeckungen zu begründen.

*Weil ich immer anders gewürfelt habe manchmal  
schnell und manchmal langsam und deswegen  
kommen verschiedene ergebnisse.*

Holger

Was fällt dir auf?

*unter in Form: 30  
bei 0 6 bei 0 5 0 0 6 0 0 6*

Versuche deine Entdeckungen zu begründen.

*Ich glaube es ist Zufall.*

Timo

Was fällt dir auf?

*Es sind kleine unterschiede*

Versuche deine Entdeckungen zu begründen.

*Wegen den Ecken*

Vincent



**Hier** finden Sie mögliche Interpretationen der obigen Kinderdokumente.



## 5. Weiterführende Aufgaben



Betrachten Sie nochmals die Schülerdokumente. Stellen Sie Überlegungen an, wie Sie die verschiedenen Strategien/Vorstellungen im Unterricht thematisieren würden.

Falls Sie hier noch Hilfe brauchen, können Sie in Walther et al. (2008) oder Schwarzkopf (2004) Anregungen finden.

## 6. Verwandte Themen

**Prozessbezogene Kompetenzen**

**Kombinatorik**

**Stichproben ziehen**

**Gewinnregeln beurteilen**

**Gewinnwahrscheinlichkeiten**



Auf der Website unseres Partnerprojekts PIK AS finden Sie in **Haus 7** die komplette Lernumgebung, aus der die obigen Kinderdokumente stammen. Sie gelangen **hier** direkt zu der Lernumgebung. Darüber hinaus finden Sie in Haus 7 weitere Lernumgebungen, z.B. zu den Themen '**Unsere Schule in Zahlen**' und '**Dinosaurier**', die ebenfalls den Inhaltsbereich 'Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten' ansprechen.

## 7. Material

### Arbeitsblatt „Würfel“

## 8. Zitierte Literatur

Büchter, A.; Hußmann, S.; Leuders, T. & Prediger, S. (2005): Den Zufall im Griff? In: Praxis Mathematik. H. 4, S. 1-7. Verfügbar unter: <http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/veroeff/05-PM-H4-Stochastik-Einfuehrung.pdf> (Abruf am: 29.07.2011)

Knapstein, A. (2010): Erstellung, Erprobung und Evaluation einer Lernumgebung zum Thema "Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten". Unveröffentlichte Bachelorarbeit. TU Dortmund.

KMK (2005): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Beschluss vom 15.10.2004. München, Neuwied: Wolters-Kluwer, Luchterhand Verlag. Verfügbar unter: [http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2004/2004\\_10\\_15-Bildungsstandards-Mathe-Primar.pdf](http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_10_15-Bildungsstandards-Mathe-Primar.pdf) (Abruf am: 13.07.2011)

Ministerium für Schule und Weiterbildung NRW (Hrsg.) (2008): Lehrplan Mathematik für die Grundschulen des Landes NRW. Verfügbar unter: [http://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/lehrplaene/upload/lehrplaene\\_download/grundschule/grs\\_faecher.pdf](http://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/lehrplaene/upload/lehrplaene_download/grundschule/grs_faecher.pdf) (Abruf am: 13.07.2011)

Pratt, D. (2000): Making sense of the total of two dice. In: Journal for Research in Mathematics Education, H. (31) 5. Verfügbar unter: [http://people.ioe.ac.uk/dave\\_pratt/Dave\\_Pratt/Randomness\\_and\\_probability\\_files/Two%20dice.pdf](http://people.ioe.ac.uk/dave_pratt/Dave_Pratt/Randomness_and_probability_files/Two%20dice.pdf) (Abruf am: 25.07.11)

Walther, G.; van den Heuvel-Panhuizen, M.; Granzer, D. & Köller, O. (2008): Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik Konkret. Berlin. Cornelsen Verlag.

## 9. Weiterführende Literatur

**Schwarzkopf, R. (2004): Wer gewinnt? - Dem Zufall auf der Spur. In: Die Grundschulzeitschrift. H. 172, S. 32-36.**

© Angela Knapstein für das KIRA-Team  
Benutzer/Passwort:

login

So erhalten Sie die Zugangsdaten

tu technische universität  
dortmund

