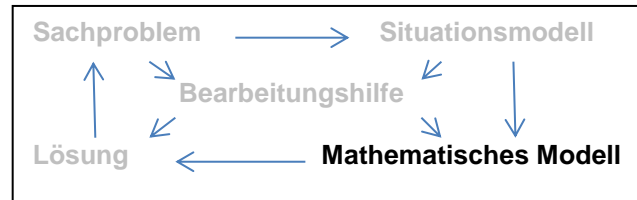


## Arbeit an Sachsituationen

### Teil 5: Mathematisches Modell



#### Worum geht es? – Mathematischer Bezug

Das Situationsmodell in ein mathematisches Modell zu übersetzen, bedeutet zu einer Lösung des Problems durch Rechnung, Überschlagsrechnung, Aus- oder Abzählen, Messen oder andere Strategien zu gelangen. Dabei gilt, dass ein Modell für unterschiedliche Sachsituationen herangezogen werden kann und für eine Sachsituation verschiedene mathematische Modelle angewandt werden können. Die Entscheidung für eine bestimmte Variante liegt in der Verantwortung der Schülerinnen und Schüler.

Damit das Kind jedoch das für sich geeignete mathematische Modell auswählen und anwenden kann, müssen im Unterricht verschiedene mathematische Modelle erarbeitet werden.

#### Kompetenzerwartungen

Jahrgangsstufe 1/2	Jahrgangsstufe 3/4
<p><b>1.3. Sachsituationen und Mathematik in Beziehung setzen</b></p> <p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>finden mathematische Lösungen zu Sachsituationen, vergleichen und begründen ihre Lösungswege auch im Austausch mit anderen (z. B. in Rechenkonferenzen) und wertschätzen deren Lösungswege</li> </ul>	<p><b>1.3. Sachsituationen und Mathematik in Beziehung setzen</b></p> <p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>zeigen bei mehrschrittigen Sachaufgaben Zusammenhänge zwischen den einzelnen Lösungsschritten und der Sachsituation auf und begründen diese auch im Austausch mit anderen.</li> <li>finden mathematische Lösungen zu Sachsituationen, vergleichen und wertschätzen ihre Lösungswege und begründen auch im Austausch mit anderen, ob ein genaues Ergebnis notwendig ist oder eine Überschlagsrechnung ausreicht (z. B. in Rechenkonferenzen).</li> </ul>

### 3.3 Mit Größen in Sachsituationen umgehen

Die Schülerinnen und Schüler

- begründen (z.B. mithilfe ihrer Größenvorstellungen), ob bei einer Sachsituation ein exaktes Ergebnis notwendig ist oder ob eine Überschlagsrechnung ausreicht.

### Beispiele für die Unterrichtspraxis

- Welche Rechnung passt zu meiner Frage?

Im Klassenzimmer sitzen fünf Jungen und vier Mädchen.

$$5 - 4 = \quad 4 + \_ = 5 \quad 5 + 4 =$$

Formuliere eine Frage und finde die passende Rechnung dazu.

- Systematisches Probieren

Zwei Zahlen ergeben addiert 17. Die beiden Zahlen haben einen Unterschied von 3.

Auf einem Schulhof befinden sich 75 Kinder. Es sind mehr Jungen als Mädchen. Die Differenz der Mädchen und Jungen beträgt 11.

Vater, Mutter und ihr Sohn Tim fahren im Riesenrad. Erwachsene zahlen doppelt so viel wie Kinder. Zusammen zahlen sie 15€.

- Fragen und Rechnungen einander zuordnen

So kommen die Kinder der dritten und vierten Klassen der GS Hummelbach zur Schule

	mit Schulbus	zu Fuß	mit Fahrrad	werden im Auto gebracht
3a	8	9	0	8
3b	7	13	0	5
3c	14	7	0	4
4a	9	3	11	2
4b	5	2	17	0
4c	7	5	9	2

Welche Rechnung passt zu welcher Frage?

Wie viele Kinder fahren mit dem Rad?	Wie viele Kinder der 3. Klassen fahren mit dem Bus?	Wie viele Kinder der 3. Klassen werden mit dem Auto gebracht?	Wie viele Kinder besuchen die Klasse 3b?
$7 + 14 + 8 =$	$7 + 13 + 8 =$	$5 + 2 + 17 =$	$11 + 17 + 9 =$
	$8 + 5 + 4 =$		

Wie heißt die Frage zur Rechnung, die übrig bleibt?

- Fragen zu Ergebnissen finden

	mit Schulbus	zu Fuß	mit Fahrrad	werden im Auto gebracht
3a	8	9	0	8
3b	7	13	0	5
3c	14	7	0	4
4a	9	3	11	2
4b	5	2	17	0
4c	7	5	9	2

Welche Frage kannst du zu folgenden Ergebnissen stellen?

- a) 23    b) 18    c) 50    d) 39    e) 25

- Verschiedene Lösungswege gegenüberstellen

Die Schüler der Klasse 3a müssen jeden Tag in den 2. Stock in ihr Klassenzimmer laufen. Insgesamt hat die Treppe 72 Stufen. Beim Hinauflaufen überspringt Ben immer zwei Stufen, beim Herunterlaufen lässt er jedoch immer nur eine aus. Wie viele Stufen betritt er, um einmal ins Klassenzimmer zu kommen? Auf wie viele tritt er, wenn er Schule aus hat? Gibt es Stufen, die er immer betritt?

Lösungsweg 1 über eine Rechnung

Ben betritt Stufe 3, 6, 9 beim Hinauflaufen, also nur jede 3. Stufe:

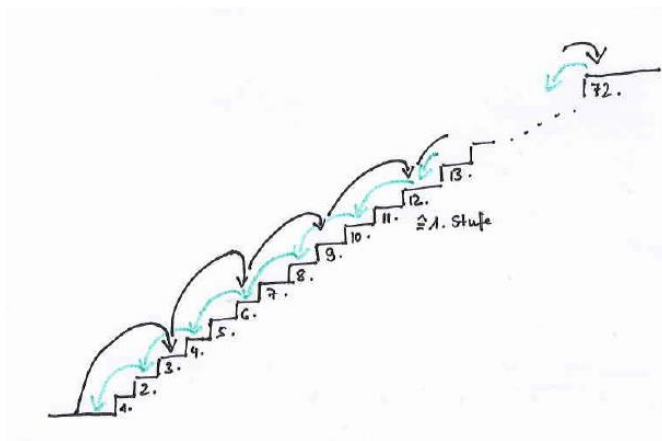
$72 : 3 = 24$  Stufen  $\Rightarrow$  Er betritt 24 Stufen um einmal ins Klassenzimmer zu kommen.

Beim Herunterlaufen kommt er auf jede 2. Stufe:

$72 : 2 = 36$  Stufen  $\Rightarrow$  Er betritt 36 Stufen, wenn der Unterricht zu Ende ist.

Wenn er zweimal die jeweils dritte Stufe betritt, ist es dasselbe wie wenn er dreimal die jeweils 2. Stufe betritt, deshalb betritt er jede 6. Stufe immer.

## Lösungsweg 2 über eine Zeichnung



## Lösungsweg 3 über eine Tabelle

Stufe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Hinauf			X			X			X			X	
Hinab		X		X		X		X		X		X	

Sabrina träumt: Für ihren Besuch im Freizeitpark gibt ihr die Mutter Münzen.

Um in den Freizeitpark zu gelangen, muss sie durch drei Tore gehen, bei denen sie jeweils Münzen abgeben muss. Am ersten Tor muss sie die Hälfte ihrer mitgebrachten Münzen und eine Münze mehr abgeben. Am zweiten Tor verlangt man von ihr die Hälfte ihrer restlichen Münzen und eine Münze mehr. Ebenso muss sie am dritten Tor von ihren restlichen Münzen die Hälfte und eine Münze mehr abgeben. Nun bleiben nur noch zwei Münzen übrig. Wie viele Münzen bekam Sabrina ursprünglich von ihrer Mutter mit?

Lösungsweg 1 über die heuristische Strategie „Rückwärtsrechnen“

Tor 3:	$2 + 1 = 3$	$3 \cdot 2 = 6$
Tor 2:	$6 + 1 = 7$	$7 \cdot 2 = 14$
Tor 1:	$14 + 1 = 15$	$15 \cdot 2 = 30$

Lösungsweg 2 über systematisches Probieren

Anfang	nach Tor 1	nach Tor 2	nach Tor 3
12	5		
14	6	2	0
16	7		
18	8	3	
20	9		
22	10	4	1
28	13		
30	14	6	2

Auf dem Bauernhof laufen in einem Gehege Hühner und Hasen herum. Insgesamt sind es 14 Tiere. Zusammen haben sie 40 Beine.

Lösungsweg 1 über Rechnen

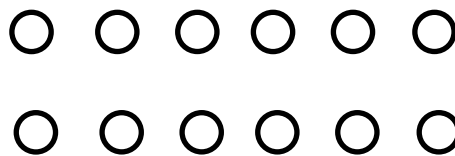
$$14 \cdot 2 = 28 \quad (\text{Jedes Tier hat mindestens 2 Beine})$$

$$40 - 28 = 12 \quad (\text{Für 14 Hühner wären 12 Beine zu viel im Gehege})$$

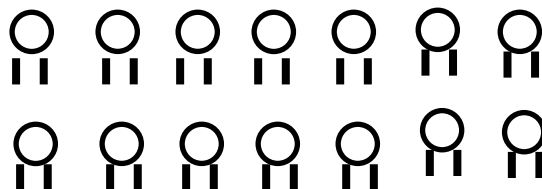
$$12 : 2 = 6 \quad (\text{Hasen haben jeweils 2 Beine mehr als Hühner})$$

Antwort: Es sind 6 Hasen und 8 Hühner.

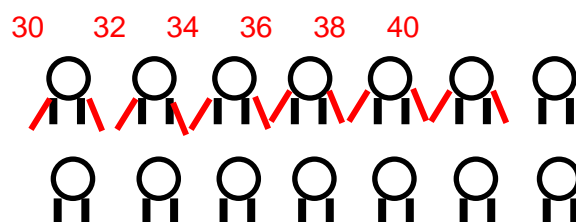
Lösungsweg 2 über Skizze



14 „Tiere“



Jedes Tier hat mindestens 2 Beine. Damit sind 28 Beine verteilt.



Jetzt werden jedem Tier 2 Beine dazu gemalt, bis alle 40 Beine verteilt sind. verteilt.

Lösungsweg 3 über systematisches Probieren

Anzahl Hasen	Anzahl Hühner	Beine Hasen	Beine Hühner	Beine zusammen
10	4	40	8	48
9	5	36	10	46
7	7	28	14	42
6	8	24	16	40



Die Lösungswege werden z. B. im Rahmen einer Rechenkonferenz vorgestellt, verglichen und Teile der Rechnung jeweils dem passenden Teil der Sachaufgabe zugeordnet.

### Literatur

Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung München (Hrsg.): Handreichung zum Sachrechnen in den Jahrgangsstufen 3 und 4, Hrsg., 1997, Auer-Verlag

Marianne Franke: Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule, 2003

Hans Falkner: Wie viele Pinguine passen in einen Fahrstuhl?, 1999, Oldenbourg-Schulbuchverlag

Thomas Bongartz, Lilo Verboom (Hrsg.): Fundgrube Sachrechnen, 2. Auflage 2012, Cornelsen Verlag

[http://www.math.uni-rostock.de/~sill/Vorlesungen/V%2010\\_3%20Sachaufgaben.pdf](http://www.math.uni-rostock.de/~sill/Vorlesungen/V%2010_3%20Sachaufgaben.pdf)