

## U-förmige variable Stückkosten

Stand: 21.09.2018

Jahrgangsstufen	FOS/BOS 10, FOS11, BOS12
Fach/Fächer	Mathematik
Übergreifende Bildungs- und Erziehungsziele	Alltagskompetenz und Lebensökonomie, Bildung für Nachhaltige Entwicklung und Ökonomische Verbraucherbildung
Zeitraumen	4 Unterrichtsstunden
Benötigtes Material	

## Kompetenzerwartungen

### Lehrplan Mathematik FOS/BOS 10 LB 3

Die Schülerinnen und Schüler ...

stellen die quadratische Abhängigkeit zweier Größen tabellarisch, graphisch und mithilfe geeigneter Funktionsgleichungen ( $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $f(x) = a(x - x_s)^2 + y_s$  bzw.

$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ ) dar und nutzen die Vorteile der einzelnen Schreibweisen, um z.B. die zugehörigen Funktionsgraphen zu skizzieren.

### Lehrplan Mathematik FOS 11 LB 1

### Lehrplan Mathematik BOS 12 LB 1

Die Schülerinnen und Schüler ...

beschreiben und ermitteln die wesentlichen Eigenschaften von linearen und quadratischen Funktionen und deren Graphen (insbesondere Nullstellen, Steigung und y-Achsenabschnitt einer Geraden, Scheitelpunkt und Öffnungsrichtung einer Parabel), um die zugehörigen Graphen zu skizzieren.

## Aufgabe

### Aufgabe 1 "U-förmige variable Stückkosten"

Sie sind Mitarbeiter in der Abteilung für Kostenrechnung eines Automobilzulieferers für Cabrio-Verdecke. Die Anpassung der monatlichen Ausbringungsmenge<sup>1</sup> erfolgt ausschließlich über die Variation der Fertigungsintensität (in Stück je Stunde) einer neuen angeschafften Maschine für die Produktion von Cabrio-Verdecken. Die verschiedenen Fertigungsintensitäten haben (u. a. gemäß Maschinenherstellerangaben) die in der nachfolgenden Tabelle ersichtlichen variablen Stückkosten für die Cabrio-Verdecke zur Folge:

Intensität in Stück je Stunde	30	35	40	45
variable Stückkosten in €	35,00	20,00	15,00	20,00

1. Stellen Sie den funktionalen Zusammenhang zwischen den variablen Stückkosten und der Fertigungsintensität in einem Koordinatensystem dar.
2. Interpretieren Sie den Verlauf des Graphen hinsichtlich des vorgegebenen wirtschaftlichen Sachzusammenhangs.
3. Im aktuellen Monat Januar sollen in den zur Verfügung stehenden 200 Arbeitsstunden insgesamt 7.000 Stück auf dieser Maschine hergestellt werden. Wählen Sie die bestmögliche Fertigungsintensität und berechnen Sie die daraus resultierenden minimalen variablen Gesamtkosten.
4. Im darauf folgenden Monat Februar sind aufgrund der sehr guten Auftragslage in den zur Verfügung stehenden 200 Arbeitsstunden insgesamt 9.000 Stück herzustellen. Berechnen Sie die resultierenden variablen Gesamtkosten.
5. Wegen Reparatur- und Servicearbeiten stehen im Monat März lediglich 120 Arbeitsstunden zur Verfügung. Aufgrund feststehender Lieferverpflichtungen müssen trotzdem mindestens 6.600 Stück auf dieser Anlage gefertigt werden. Prüfen Sie, ob hierfür ein Kostenbudget für die variablen Gesamtkosten in Höhe von 300.000,00 € ausreicht.

---

<sup>1</sup> Die Ausbringungsmenge ist die während eines bestimmten Zeitraumes erstellte Stückzahl, die am Markt oder innerbetrieblich verwertet wird.

**Aufgabe 2 "Versuch Kraftstoffverbrauch"**

Mit dem folgenden Versuch untersuchen Sie den Kraftstoffverbrauch Ihres motorisierten Fortbewegungsmittels. Dazu legen Sie eine Strecke bekannter Länge bei möglichst konstanter Geschwindigkeit zurück. Notieren Sie den resultierenden Kraftstoffverbrauch (in Liter pro 100 km). Wiederholen Sie Ihr Experiment mehrmals auf der gleichen Strecke für jeweils andere möglichst konstante Geschwindigkeiten.

1. Stellen Sie den Kraftstoffverbrauch Ihres Fortbewegungsmittels in Abhängigkeit der gewählten Geschwindigkeit grafisch dar.
2. Verbalisieren Sie Ihr Ergebnis.
3. Beschreiben Sie die Abhängigkeit des Kraftstoffverbrauchs von der Geschwindigkeit mithilfe einer quadratischen Modellfunktion.
4. Ermitteln Sie mithilfe Ihrer Modellfunktion diejenige Geschwindigkeit, bei welcher Ihr Fortbewegungsmittel den geringsten Kraftstoffverbrauch aufweist.
5. Eruiieren Sie, wer in Ihrer Klasse den niedrigsten Kraftstoffverbrauch erzielen konnte.
6. Überlegen Sie, welche Faktoren den Kraftstoffverbrauch beeinflussen.
7. Legen Sie fest, welchen Einfluss Sie genauer untersuchen wollen. Verteilen Sie die Aufgaben gegebenenfalls in verschiedenen Gruppen.
8. Ziehen Sie Schlussfolgerungen für Ihr Verhalten im Straßenverkehr und dokumentieren Sie diese.

## Hinweise zum Unterricht

Die Lösungsvorschläge unter den Hinweisen zum Unterricht erfolgen stichpunktartig. Diese sind nicht als vollständige, alternativlose Lösungserwartung zu sehen. Auch von einer strengen mathematischen Fachnotation wird hier abgesehen.

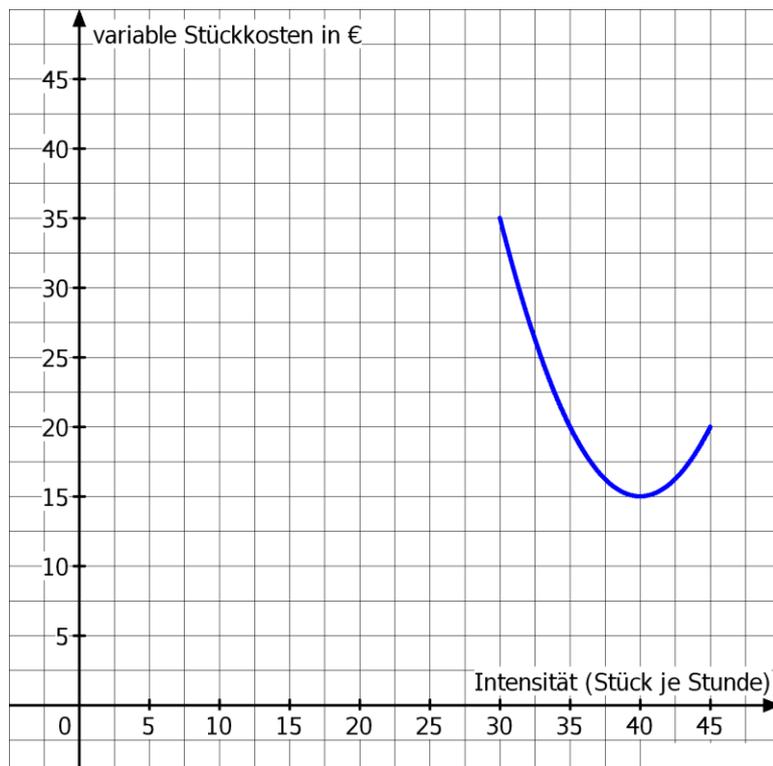
Die vorliegende Aufgabe ist eine Anwendungsaufgabe für quadratische Funktionen unter Verwendung von realistischen Zahlenwerten. Sie eignet sich neben dem Einsatz in der Vorklasse auch für die Jahrgangsstufen 11 und 12.

mögliche Arbeitsform: Gruppenarbeit, Partnerarbeit oder Einzelarbeit

Lösungsvorschlag:

### Aufgabe 1:

Zu 1.1:



Zu 1.2:

Die variablen Stückkosten verlaufen U-förmig (parabelförmig). Die variablen Stückkosten sind bei einer Intensität von 40 Stück pro Stunde am geringsten. Somit ist diese Fertigungsintensität optimal. Die variablen Kosten steigen bei Produktionsabweichungen von der optimalen Intensität an. Dies ist sowohl bei einer Erhöhung wie auch bei einer Verringerung der Intensität der Fall, weil die Produktionsfaktoren nicht mehr optimal

eingesetzt werden. Eine Anpassung der Ausbringungsmenge erfolgt hier ausschließlich über eine Variation der Fertigungsintensität (bei unveränderter Arbeitszeit und bei gegebenem Produktionsfaktorbestand).

Zu 1.3:

7.000 Stück : 200 Stunden = 35 Stück pro Stunde Fertigungsintensität

Um 7.000 Stück pro Monat zu fertigen, muss die Intensität also bei mindestens 35 Stück pro Stunde liegen. Da die Stückvariablenkosten bei 40 Stück pro Stunde am geringsten sind (Scheitelpunkt), wird diese Intensität gewählt. Bei der Fertigungsintensität von 40 Stück pro Stunde resultieren 15,00 € variable Stückkosten.

Die variablen Gesamtkosten betragen folglich  
15,00 € pro Stück \* 7.000 Stück = 105.000,00 €.

Zu 1.4:

Die notwendige Fertigungsintensität beträgt 9.000 Stück : 200 Stunden = 45 Stück pro Stunde

Bei dieser Fertigungsintensität entstehen variable Stückkosten von 20,00 € und variable Gesamtkosten von 9.000 Stück \* 20,00 € pro Stück = 180.000,00 €.

Zu 1.5:

Die notwendige Fertigungsintensität beträgt 6.600 Stück : 120 Stunden = 55 Stück pro Stunde.

Die variablen Stückkosten können bei dieser Intensität nicht aus der Tabelle entnommen werden.

Graph der quadratischen Funktion  $f$  ist eine Parabel mit dem Scheitelpunkt (40 | 15) und  $P(30|35)$  als weiteren Punkt, der auf der Parabel liegt.

$f$ : Intensität  $x$  in Stück je Stunde  $\mapsto$  variable Stückkosten  $f(x)$  in €,  $D_f$  geeignet gewählt

$$\Rightarrow 35 = a(30 - 40)^2 + 15$$

$$\Rightarrow a = 0,2$$

$$\Rightarrow f(x) = 0,2 (x - 40)^2 + 15$$

Bei der Fertigungsintensität von 55 Stück pro Stunde ergeben sich folglich variable Stückkosten von  $f(55) = 60$  [€]

Somit betragen im Monat März die variablen Gesamtkosten 396.000,00 €. Das vorgegebene Kostenbudget reicht also nicht aus.



### Aufgabe 2:

2.1 bis 2.5: individuelle Schülerlösungen

Zu 2.6: vorausschauendes Fahren (Fahren mit konstanter Geschwindigkeit, wenn möglich ausrollen lassen statt zu bremsen), ergonomisches/frühzeitige Hochschalten, kein unnötig schnelles Fahren, Aerodynamik beachten, Fahrzeuggewicht niedrig halten, Reifendruck regelmäßig kontrollieren und auf die Herstellerangaben achten, etc.

2.7 und 2.8: individuelle Schülerlösungen