

Skigebietserweiterung

Stand: 21.09.2018

Jahrgangsstufen	FOS 11 (T), BOS 12 (T), FOS/BOS 13 (NT)
Fach/Fächer	Mathematik
Übergreifende Bildungs- und Erziehungsziele	
Zeitraumen	ca. 45 Minuten
Benötigtes Material	zugelassener Taschenrechner, Merkhilfe Mathematik

Kompetenzerwartungen

Lehrplan Mathematik FOS 11 (T) LB 4

Lehrplan Mathematik BOS 12 (T) LB 7

Lehrplan Mathematik FOS/BOS 13 (NT) LB 6

Die Schülerinnen und Schüler ...

- berechnen das Skalarprodukt zweier Vektoren, um z. B. den Kosinus des Winkels zwischen beiden Vektoren zu bestimmen. Sie folgern daraus die Größe des Winkels zwischen den beiden Vektoren und prüfen, ob die beiden Vektoren orthogonal sind.
- bestimmen das Vektorprodukt zweier Vektoren sowie dessen Betrag, um damit z. B. einen gemeinsamen Normalenvektor der beiden Vektoren zu bilden sowie Maßzahlen von Flächeninhalten bei Parallelogrammen und Dreiecken zu berechnen.

Aufgabe

Damit ein Skigebiet in der Schweiz erweitert werden kann, wird einem Bergbauern ein Stück Weideland abgekauft (siehe Abbildung 1). Die Eckpunkte des viereckigen Grundstücks, welches für die neue Piste benötigt wird, lauten:

A(736820|185980|1490),

B(736900|186000|1500),

C(736710|187150|1710) und

D(736630|187130|1700).

Die Koordinaten der Punkte sind in Schweizer Landeskoordinaten in der Einheit Meter angegeben. Als jeweils dritte Koordinate wurde die Höhenangabe der Punkte über Normalhöhennull in Meter ergänzt.



Abbildung 1: Weideland

Der Liftbetreiber bietet das Grundstück zu einem Kaufpreis von 365 000,00 CHF an.

Ist der Preis des Liftbetreibers angemessen, wenn in dieser Gegend der Grundstückspreis üblicherweise bei 40 000,00 CHF pro Hektar liegt?

Hinweise zum Unterricht

Die Lösungsvorschläge unter den Hinweisen zum Unterricht erfolgen stichpunktartig. Diese sind nicht als vollständige, alternativlose Lösungserwartung zu sehen. Auch von einer strengen mathematischen Fachnotation wird hier abgesehen.

Das in Abbildung 1 gezeigte Weideland stellt eine nahezu ebene Fläche dar.

Mithilfe des Internets (vgl. [1]) und der Koordinaten der Eckpunkte kann herausgefunden werden, um welches Skigebiet es sich handelt. Die Koordinaten der Eckpunkte sind im System CH1903 angegeben.

Die Schweizer Landeskoordinaten lokalisieren einen Ort in der Schweiz mit einer Genauigkeit von einem Meter. Als Bezugspunkt wurde die alte Sternwarte in Bern festgelegt, dessen Koordinaten 600.000,00 m und 200.000,00 m lauten, wobei sich die erste Koordinate auf die West-Ost-Achse und die zweite auf die Süd-Nord-Achse bezieht. Die Zahlenwerte wurden so gewählt, dass kein Ort in der Schweiz eine negative Koordinate aufweist. Der Koordinatenursprung des Systems liegt in der Nähe von Bordeaux. Die Schweizer Landeskoordinaten werden für amtliche Vermessungen und topographische Karten in der Schweiz verwendet.

Die Höhenmeterangabe wird bei den Schweizer Landeskoordinaten nicht angegeben. Die jeweiligen Werte wurden aus den Höhenlinien einer topografischen Karte herausgelesen.

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 80 \\ 20 \\ 10 \end{pmatrix} \quad \vec{BC} = \begin{pmatrix} -190 \\ 1150 \\ 210 \end{pmatrix} \quad \vec{AD} = \begin{pmatrix} -190 \\ 1150 \\ 210 \end{pmatrix} \quad \vec{DC} = \begin{pmatrix} 80 \\ 20 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AB} = \vec{DC} \text{ und } \vec{BC} = \vec{AD}$$

Die gegenüberliegenden Seiten des Vierecks sind parallel zueinander und gleich lang.

Um zu überprüfen, ob es sich bei dem Viereck um ein Rechteck handelt kann man das Skalarprodukt verwenden.

Ist $\vec{AB} \circ \vec{AD} = 0$?

$$\begin{pmatrix} 80 \\ 20 \\ 10 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -190 \\ 1150 \\ 210 \end{pmatrix} = 9900 \neq 0$$

Das Viereck ABCD ist ein Parallelogramm.

Berechnung der Maßzahl F des Flächeninhalts des Grundstücks:

$$F = \left| \begin{pmatrix} 80 \\ 20 \\ 10 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -190 \\ 1150 \\ 210 \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} -7300 \\ -18700 \\ 95800 \end{pmatrix} \right| = 97880,6416 \text{ [m}^2\text{]} \approx 9,788 \text{ [Hektar]}$$

Der Liftbetreiber bietet das Grundstück unter dem für diese Gegend üblichen Verkaufspreis an.

Quellen- und Literaturangaben

Abbildung 1: Weideland, eigenes Foto, Svenja Bauers, 12.11.2017

[1] Kartentool Koordinator, <https://tools.retorte.ch/map/>, zugegriffen am 05.01.2017