Windenergie

Stand: 02.10.2017

Jahrgangsstufen	FOS 11 (ABU), BOS 12 (ABU)
Fach	Physik
Übergreifende Bildungs- und Erziehungsziele	Technische Bildung
Zeitrahmen	eine Unterrichtsstunde

Kompetenzerwartung

Lehrplan Physik FOS 11 (ABU) LB 4,
Lehrplan Physik BOS 12 (ABU) LB 4

Die Schülerinnen und Schüler…

erläutern die Auswirkungen des Energietransports und der Energieumwandlung, indem sie mithilfe der Größen Arbeit, Energie und Leistung unter Berücksichtigung des Wirkungsgrades Berechnungen durchführen, um die Bedeutung der effizienten Energienutzung für Mensch und Umwelt einzuschätzen.

Aufgabe

Abbildung 1: Moderne Windenergieanlage

Zur Nutzung von Windenergie wird der sich in Bewegung befindlichen Luft kinetische Energie entzogen, indem sie durch ein Windrad abgebremst wird. Dabei entsteht eine Bewegung der Rotorblätter, die in elektrische Energie umgewandelt wird. Die folgende Aufgabe betrachtet diese Energieumwandlung.

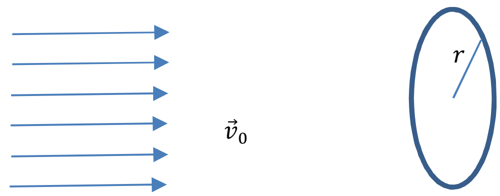

Abbildung 2: Wind durchströmt eine kreisförmige Fläche

1 Wir betrachten Luft der Dichte ρ, die mit einer konstanten Geschwindigkeit $\vec{v}_0$ vom Betrag v_0 eine gedachte Kreisfläche mit dem Radius r senkrecht durchströmt. Zeigen Sie, dass die Luftmasse, die im Zeitraum Δt diese Fläche durchströmt, die kinetische Energie

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot v_0^3 \cdot \Delta t$$

besitzt.

2 An einem Standort im Binnenland beträgt die durchschnittliche Windgeschwindigkeit in einer Höhe von $h_1 = 10\ \text{m}$ über dem Boden $v_1 = 4{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, während sie $v_2 = 6{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ in der Höhe $h_2 = 80\ \text{m}$ beträgt. Berechnen Sie den Faktor, um welchen die kinetische Energie der Luftmasse, die im Zeitraum Δt die obige gedachte Kreisfläche senkrecht durchströmt, in der Höhe h_2 gegenüber der Höhe h_1 zunimmt.

Würde ein Windrad den durchströmenden Luftmassen die gesamte kinetische Energie entziehen, so wäre die Windgeschwindigkeit hinter dem Windrad Null und es würde ein totaler Stau der Luftmassen entstehen. Dies ist praktisch nicht möglich. Tatsächlich wird die Windenergie maximal ausgenutzt, wenn die Windgeschwindigkeit auf ein Drittel ihres Betrages, die sie vor dem Windrad hat, reduziert wird. Dabei entsteht ebenfalls ein gewisser Staueffekt, der ein Drittel der Luftmasse am Windrad vorbeilenkt. Somit kann $\eta = \frac{P_{\text{Rotor}}}{P_{\text{Wind}}} = \frac{16}{27} \approx 0{,}59$ als theoretisch maximal möglicher Wirkungsgrad einer Windenergieanlage berechnet werden (Betzsches Gesetz). Moderne Anlagen erreichen Wirkungsgrade bis zu etwa $\eta_{\text{real}} = 0{,}5$.

3 Eine Windenergieanlage mit einer Nennleistung von $P_{\mathrm{N}} = 3{,}0$ MW hat einen Rotordurchmesser $d = 117$ m. Die Dichte der Luft sei $\rho = 1{,}2\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ und der Wirkungsgrad der Anlage sei $\eta = 0{,}50$. Ermitteln Sie den Betrag v_{N} der Windgeschwindigkeit $\vec{v}_{\mathrm{N}}$, bei welcher die Windkraftanlage ihre Nennleistung erreicht.

4.0 Ein Windkraft-Anlagenbetreiber besitzt zwei Anlagen an zwei verschiedenen Standorten. An Standort 1 herrscht in einem betrachteten Zeitintervall Δt eine konstante Windgeschwindigkeit vom Betrag v_{k}. An Standort 2 herrscht in einem Drittel des Zeitintervalls Δt ein Wind mit der Geschwindigkeit vom Betrag v_{k} ein weiteres Drittel des Zeitintervalls ein Wind mit der Geschwindigkeit vom Betrag $2 \cdot v_{\mathrm{k}}$ und ein weiteres Drittel von Δt herrscht Flaute.

4.1 Vergleichen Sie die mittleren Windgeschwindigkeiten an beiden Standorten.

4.2 Der Anlagenbetreiber behauptet, dass bei beiden Anlagen die gleiche mittlere Windgeschwindigkeit vorliegt, dass aber diejenige Anlage, an deren Ort der Wind gleichmäßiger bläst, wirtschaftlich deutlich im Nachteil ist gegenüber derjenigen Anlage an dem anderen Ort, wo die Windgeschwindigkeit schwankt.

Bestätigen oder widerlegen Sie die Aussage des Anlagenbetreibers.

Hinweise zum Unterricht

Die Lösungshinweise unter den Hinweisen zum Unterricht erfolgen stichpunktartig. Diese sind nicht als vollständige, alternativlose Lösungserwartung zu sehen. Auch von einer strengen physikalischen Fachnotation wird hier abgesehen.

1 l sei die vom Wind im Zeitintervall Δt zurückgelegte Strecke:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} \rho \cdot V \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} \rho \cdot A \cdot l \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} \rho \cdot A \cdot v_0 \cdot \Delta t \cdot v_0^2$$
$$= \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot v_0^3 \cdot \Delta t$$

2

$$\frac{E_{\text{kin},2}}{E_{\text{kin},1}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot v_2^3 \cdot \Delta t}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot v_1^3 \cdot \Delta t} = \frac{v_2^3}{v_1^3} = \frac{\left(6{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^3}{\left(4{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^3} = 3{,}4$$

3

$$\eta = \frac{P_{\text{ab}}}{P_{\text{zu}}} = \frac{P_{\text{N}}}{P_{\text{zu}}}$$

$$P_{\text{zu}} = \frac{E_{\text{kin}}}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot v_0^3 \cdot \Delta t}{\Delta t} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot v_0^3$$

$$\eta = \frac{P_N}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot v_0^3}$$

$$v_0 = \sqrt[3]{\frac{P_N}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot \eta}} = \sqrt[3]{\frac{3{,}0 \cdot 10^6\ \text{W}}{\frac{1}{2} \cdot 1{,}2\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left(\frac{117\ \text{m}}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot 0{,}50}} = 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

4.1 $\frac{v_\mathrm{k}}{3} + \frac{2v_\mathrm{k}}{3} + 0 = v_\mathrm{k}$

Das bedeutet, dass die mittlere Windgeschwindigkeit an beiden Standorten identisch ist.

4.2 Kinetische Energie „des Windes“ am Standort 1:

$$E_{\mathrm{kin},1} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot v_\mathrm{k}^3 \cdot \Delta t$$

Kinetische Energie „des Windes“ am Standort 2:

$$\begin{aligned}E_{\mathrm{kin},2} &= \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot v_\mathrm{k}^3 \cdot \frac{\Delta t}{3} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot (2 \cdot v_\mathrm{k})^3 \cdot \frac{\Delta t}{3} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot (0)^3 \cdot \frac{\Delta t}{3} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot \left(v_\mathrm{k}^3 \cdot \frac{\Delta t}{3} + 8 \cdot v_\mathrm{k}^3 \cdot \frac{\Delta t}{3} + 0 \right) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot v_\mathrm{k}^3 \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{8}{3} \right) = E_{\mathrm{kin},1} \cdot 3 > E_{\mathrm{kin},1}\end{aligned}$$

Am Standort 2 mit den unterschiedlichen Windgeschwindigkeiten ist die gesamte kinetische Energie „des Windes“ im betrachteten Zeitintervall deutlich höher als am Standort 1. Dies bestätigt die Behauptung des Anlagenbetreibers.

Quellen- und Literaturangaben

Abbildung 1: *Moderne Windenergieanlage*, eigenes Foto, Dr. Reinhard Bauer, 08.07.2017