

Modellbildung und Simulation - Logistisches Wachstum

Stand: 13.06.2017

Jahrgangsstufen	13
Fach/Fächer	Informatik
Übergreifende Bildungs- und Erziehungsziele	Ökonomische Verbraucherbildung Medienbildung
Zeitraumen	2 Unterrichtsstunden
Benötigtes Material	Software zur dynamischen Modellbildung

Kompetenzerwartungen

Lernbereich: Modellbildung und Simulation

Die Schülerinnen und Schüler ...

- bilden einfache Vorgänge aus der Ökonomie, der Ökologie oder der Technik durch geeignete Modelle ab. Dazu beginnen sie mit der Analyse realer Systeme, erstellen geeignete Wortmodelle unter Beachtung der kausalen Zusammenhänge und konkretisieren diese schrittweise.
- übertragen Modelle und Diagramme in eine Anwendungssoftware zur Modellbildung und führen die Simulation unter Variation der Parameter durch.

Aufgabe

Handlungsaufträge

1. Auf einer „grünen Insel“ werden 10 Schafe ausgesetzt, die sich zunächst über das saftige Gras freuen und sich pro Jahr um 30% vermehren.

Bilden Sie diese Situation in einem Modell ab und simulieren Sie die Entwicklung der Population über die ersten 10 Jahre. Prüfen Sie Ihr Simulationsergebnis anhand einer mathematisch exakten Berechnung.

2. Da sich die Schafe sehr schnell vermehren, dauert es in der Realität nicht lange, bis auf der Insel das Gras knapp wird. So nimmt die Zahl der Schafe immer langsamer zu, bis Ihre Population bei 100 Tieren ein Maximum erreicht. Anders formuliert, nimmt die effektive Vermehrungsrate immer weiter ab und erreicht schließlich 0%.

Informieren Sie sich über diese Art des sogenannten „logistischen Wachstums“ und ergänzen Sie Ihr Modell entsprechend. Prüfen Sie die Ergebnisse der Simulation unter Variation der Parameter kritisch.

Quellen- und Literaturangaben

https://de.wikipedia.org/wiki/Logistische_Gleichung

<http://modsim.hupfeld-software.de/>

Hinweise zum Unterricht

Das zweiteilige Beispiel dient zunächst der Wiederholung des exponentiellen Wachstums anhand eines einfachen Beispiels und im zweiten Schritt der Einführung des logistischen Wachstums.

Die Bearbeitung erfolgt in Teamarbeit, dabei kann eine Differenzierung hinsichtlich der mathematischen (Differenzialrechnung) bzw. wirtschaftlichen (Zinsrechnung) Vorkenntnisse erfolgen.

Beispiele für Produkte und Lösungen der Schülerinnen und Schüler

Auftrag 1:

Modellgleichungen:

Vermehrungsfaktor = 0,3

Vermehrung = Vermehrungsfaktor · Schafe

$\Delta\text{Schafe} = \text{Vermehrung} \cdot \Delta t$

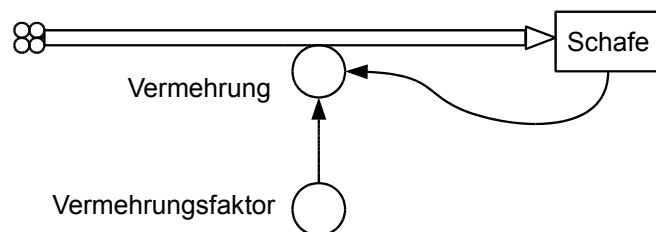


Abbildung1: Exponentielles Wachstum, Dr. Kippenberg

Es ergibt sich ein exponentielles Wachstum. Entsprechend der Zinseszinsformel wäre eine Population von $10 \cdot 1,3^{10} = 137$ Schafen zu erwarten, allerdings wird das Ergebnis der Simulation (evtl. deutlich) abweichen. Hauptursache ist hier der Unterschied zwischen kontinuierlicher Verzinsung (die das Modell liefert) und jährlicher Verzinsung (die der Zinseszinsformel zugrunde liegt).

Auftrag 2:

Eine einfache Möglichkeit, das logistische Wachstum zu modellieren ist es, die Vermehrungsrate als Funktion der bestehenden Population zu bestimmen, d.h. das Wachstum entsprechend der Population bezogen auf die Kapazität der Lebensraums anzupassen. Die Modellgleichungen lauten in diesem Fall:

Vermehrungsfaktor = 0,3

Vermehrungsrate = Vermehrungsfaktor · (1 - Schafe / Kapazität)

Vermehrung = Vermehrungsrate · Schafe

$\Delta\text{Schafe} = \text{Vermehrung} \cdot \Delta t$

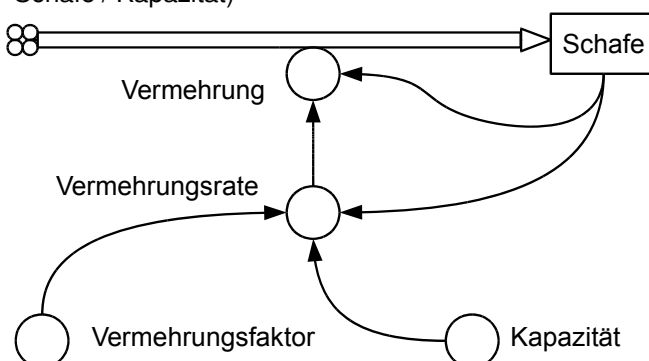


Abbildung2: Logistisches Wachstum, Dr. Kippenberg



Fachoberschule/Berufsoberschule, Informatik, Jahrgangsstufe 13

Ein alternativer Ansatz ist es, eine Abnahme der Zustandsgröße Schafe (z.B. „Verhungern“) einzuführen, die proportional zum Quadrat der Schafe steigt. In diesem Fall ist es jedoch, deutlich schwerer die Kapazität des Lebensraums direkt vorzugeben.

Anregung zum weiteren Lernen

a) Ausbreitung einer Infektionskrankheit:

Auf einer Insel mit 5000 Einwohnern steckt sich eine Mann mit einer gefährlichen Version der Vogelgrippe an einem Wildvogel an. Nach drei Tagen sind bereits 12 Personen erkrankt. Simulieren Sie die Ausbreitung der Seuche auf der Insel.

b) Smartphones in Deutschland

Prüfen Sie, inwiefern die Anzahl der Smartphones in Deutschland mittels eines logistischen Wachstums beschrieben werden kann.

c) Erweiterung des Modells zu einem Räuber-Beute-Modell:

Auf der Insel werden zwei Wölfe ausgesetzt, die die Schafe reißen. Simulieren Sie die Entwicklung beider Populationen unter Annahme realistischer Parameter.