



Wo passt mehr hinein? Volumenbestimmung durch Einheitswürfel

Stand: 25.02.2019

Jahrgangsstufen	3/4
Fach/Fächer	Mathematik
Übergreifende Bildungs- und Erziehungsziele	Alltagskompetenz und Lebensökonomie
Zeitraumen	ca. 1-2 Unterrichtseinheiten
Benötigtes Material	Einheitswürfel, quaderförmige Schachteln

Kompetenzerwartungen

M 3/4 2 Raum und Form

M 3/4 2.5 Rauminhalte bestimmen und vergleichen

Die Schülerinnen und Schüler ...

- vergleichen Rauminhalte einfacher Körper durch Bauen mit Einheitswürfeln und durch Auszählen von Einheitswürfeln. Dabei greifen sie auf ihre Kenntnisse zur Messung von Flächeninhalten zurück.

Aufgabe

Die Schülerinnen und Schüler vergleichen die Volumina von Alltagsgegenständen (hier: Verpackungsschachteln). Dabei suchen sie nach geeigneten gleichartigen Körpern, mit denen die Gegenstände ausgefüllt werden können. Beim Füllen der Gegenstände mit Einheitswürfeln sammeln die Schülerinnen und Schüler wichtige Vorerfahrungen zur späteren Volumenberechnung.

Mögliche kompetenzorientierte Impulse:

- Ordnet die Schachteln nach der „Größe“.
- Diskutiert den Begriff „Größe“.
- Findet Möglichkeiten, die unterschiedlichen „Größen“ der Schachteln möglichst genau zu bestimmen.
- Vergleicht, in welche Schachtel die meisten Einheitswürfel passen.

Hinweise zum Unterricht

Die Schülerinnen und Schüler können einige Schachteln auf Anhieb in ihrer Größe unterscheiden. Bei anderen sind die Volumina weniger eindeutig, hier suchen sie nach Möglichkeiten des Abmessens und Vergleichens.

Mögliche Schüleräußerung:

„Diese Schachtel ist höher, aber die andere ist länger.“

Im Laufe dieses Untersuchens und Vergleichens muss die Frage geklärt werden, was „Größe“ bedeutet bzw. was sie ausmacht.

Mögliche Schüleräußerung:

„Die Schachtel ist die größere, in die mehr hineinpasst.“

Die Begriffe Länge, Breite und Höhe werden als Bedingungskomponenten für den (Raum-)Inhalt bzw. das Volumen wiederholt. Der Begriff „Größe“ wird als alltagssprachlich und nicht mathematisch erkannt. Zur Bestimmung des jeweiligen Volumens suchen die Schülerinnen und Schüler nach gleichartigen Gegenständen, mit denen die Schachteln jeweils gefüllt werden können, z. B. kleinere Schachteln, Schlampermäppchen etc. Zu diskutierende Probleme bei der Bestimmung entstehen, wenn Leerräume in den Schachteln bleiben, die nicht gefüllt werden können.

Durch den Verweis auf die (bekannte) Flächenbestimmung mit Einheitsquadraten beschreiben die Schülerinnen und Schüler den Einheitswürfel als einen besonders geeigneten Körper zur Volumenbestimmung. Sie legen nun die Schachteln mit Einheitswürfeln aus und erhalten so ein möglichst genaues Ergebnis.





Beispiele für Produkte und Lösungen der Schülerinnen und Schüler



Die Gruppe vergleicht unterschiedliche Schachteln, indem sie Höhen und Längen betrachtet. Bei den Schachteln 2 und 3 gelingt so kein sicherer „Größenvergleich“.



Diese Gruppe verwendet Schlampermäppchen zum Auslegen der Schachteln. Dabei bleiben Hohlräume zurück, die einen sicheren „Größenvergleich“ weiterhin unmöglich machen.

	<p>Beim Auslegen mit Einheitswürfeln erkennt diese Gruppe, dass nicht der gesamte Innenraum ausgelegt werden muss, sondern je eine Reihe Einheitswürfel in Höhe, Breite und Tiefe genügt, um den Füllinhalt rechnerisch zu bestimmen:</p> $6 \cdot 6 = 36 \rightarrow 6 \cdot 36 = 216$
	<p>Eine andere Gruppe legt zuerst die gesamte Bodenfläche der Schachtel mit Einheitswürfeln aus. Beim Auslegen der zweiten Schicht erkennt sie, dass die Würfel einer Schicht gezählt werden müssen und weitere Schichten dann rechnerisch ermittelt werden können:</p> $7 \cdot 8 = 56 \rightarrow 56 + 56 + 56 = 168$
	<p>Auch beim Auslegen mit Einheitswürfeln entsteht teilweise das Problem, dass freie Bereiche bleiben. Die Gruppe überlegt, dass in der ersten Schicht noch jeweils ein halbiertes Einheitswürfel an zwei Seiten gelegt werden könnte. Diese „Halbwürfel“ addiert sie zu den Würfeln der Schicht.</p>
	<p>Das Auslegen mit Würfeln gelingt der Gruppe bei dieser sehr schlanken, hohen Schachtel nicht. Ein Kind einer anderen Gruppe gibt den Tipp, die Würfel außen aufzustellen, um Höhe, Breite und Tiefe zu ermitteln.</p>

Anregungen zur Reflexion (und Dokumentation) des Lernprozesses

Abgrenzung und Zusammenhang der Begriffe Flächeninhalt und Volumen: Flächeninhalte wurden bereits im 2. Schuljahr mit Hilfe von Einheitsquadraten ausgezählt, Volumina nun mit Einheitswürfeln. Die Seitenflächen des Einheitswürfels werden aus 6 Einheitsquadraten gebildet.



Anregungen zum weiteren Lernen

Die Schülerinnen und Schüler bauen Würfelgebäude mit Einheitswürfeln. Sie vergleichen die „Größe“ der Gebäude und diskutieren erneut den Alltagssprachlichen Gebrauch dieses Wortes: Höhe, Breite und Tiefe nehmen Einfluss auf die „Größe“ eines Gebäudes. Der mathematische Begriff Volumen bzw. (Raum-)Inhalt wird gefestigt.

Mögliche Aufgabenstellungen:

- Baut Phantasiegebäude aus 10 Einheitswürfeln. Betrachtet und diskutiert die entstandenen Gebäude.
- Baut Phantasiegebäude aus 25-30 Einheitswürfeln. Vergleicht die entstandenen Gebäude. Versucht nach kurzer Betrachtung zu bestimmen, welche Gebäude aus mehr / weniger / gleich vielen Würfeln gebaut wurden.
- Wie viele verschiedene Gebäude können aus 6 Einheitswürfeln gebaut werden? (Die Schülerinnen und Schüler müssen dabei erkennen, dass ein Gebäude unabhängig davon, von welcher Seite es betrachtet wird, dasselbe bleibt.)

Quellen- und Literaturangaben

ISB München