

Expertenpuzzle „Vase“

Jahrgangsstufe	6
Fach	Mathematik
Zeitraumen	<p>Expertengruppen: ca. 10 min; Gemischte Gruppen: ca. 20 min</p> <p>Die Zeit für die Gemischten Gruppen kann durch Beschränkung auf die Bearbeitung von Aufgabe 1 und 2 auch auf ca. 15 min verkürzt werden.</p>
Benötigtes Material	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Expertengruppen: pro Schülerin und Schüler eine Aufgabenstellung ◆ Gemischte Gruppen: pro Schülerin und Schüler eine Aufgabenstellung

Kompetenzerwartungen

M6 2 Flächeninhalt und Volumen

M6 2.2 Volumen

Die Schülerinnen und Schüler...

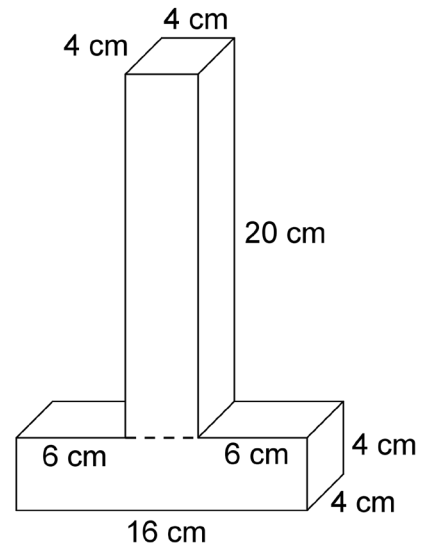
- ◆ führen in unterschiedlichen Kontexten Volumenbestimmungen durch gezieltes Zerlegen und Ergänzen von Körpern unter Verwendung der Formel zur Bestimmung des Volumens eines Quaders durch und lösen geometrische Problemstellungen angemessener Komplexität auch im Kopf.

Aufgaben für die Expertengruppen I

Michael hat seiner Mutter, deren Vorname Theresa ist, eine Vase in Form eines auf dem Kopf stehenden T's gekauft. Zur Überreichung des Geschenks will er die Vase zunächst komplett mit Dekorationssand füllen. Er möchte ausrechnen, wie viele Beutelchen mit je 250 ml Dekorationssand er dafür kaufen muss.

Er macht sich eine Skizze der Vase und trägt die gestrichelt gezeichnete Hilfslinie ein (siehe Abbildung).

- Beschreibe, wie Michael zur Berechnung des Volumens der Vase vorgeht. Gehe davon aus, dass er die Wandstärke der Vase nicht weiter berücksichtigt.
- Berechne das Volumen der Vase mit Michaels Methode.
- Gib an, wie viele Beutelchen mit Dekorationssand er folglich für die Füllung benötigt.

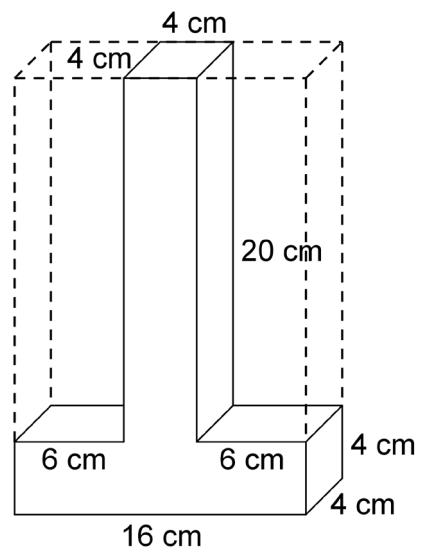


Aufgaben für die Expertengruppen II

Niklas hat seiner Mutter, deren Vorname Theresa ist, eine Vase in Form eines auf dem Kopf stehenden T's gekauft. Zur Überreichung des Geschenks will er die Vase zunächst komplett mit Dekorationssand füllen. Er möchte ausrechnen, wie viele Beutelchen mit je 250 ml Dekorationssand er dafür kaufen muss.

Er macht sich eine Skizze der Vase und trägt die gestrichelt gezeichneten Hilfslinien ein (siehe Abbildung).

- Beschreibe, wie Niklas zur Berechnung des Volumens der Vase vorgeht. Gehe davon aus, dass er die Wandstärke der Vase nicht weiter berücksichtigt.
- Berechne das Volumen der Vase mit Niklas' Methode.
- Gib an, wie viele Beutelchen mit Dekorationssand er folglich für die Füllung benötigt.



Aufgaben für die Gemischten Gruppen

- 1 Ihr habt das Volumen der Vase auf unterschiedliche Weise berechnet und dabei (hoffentlich) das gleiche Ergebnis erhalten.

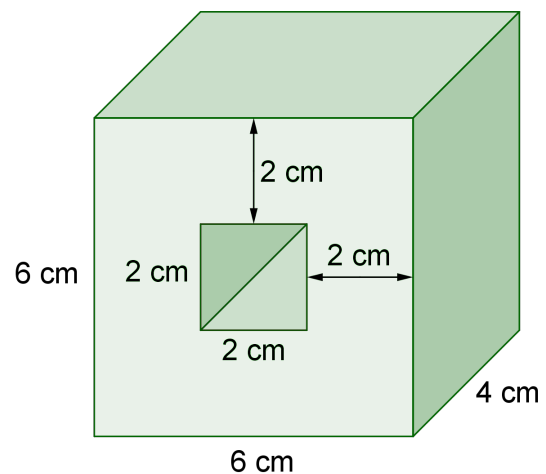
Beschreibt euch gegenseitig, wie ihr vorgegangen seid.

Wer von euch hat das Volumen der Vase durch „Zerlegen“ und wer durch „Ergänzen“ bestimmt?

- 2 Der abgebildete Quader hat in der Mitte ein quaderförmiges Loch.

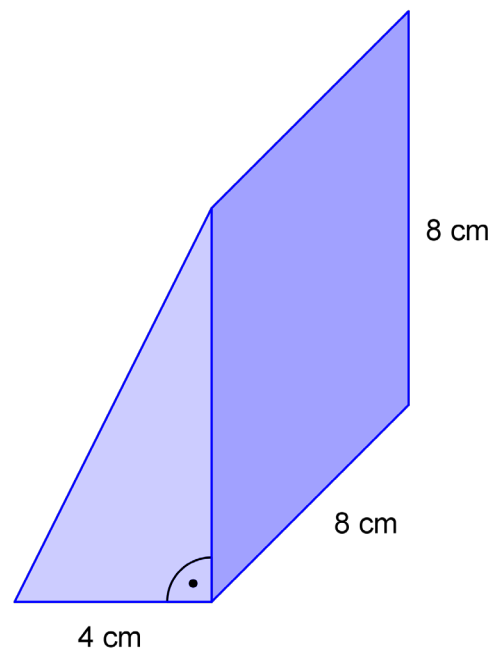
Berechnet das Volumen des Körpers auf zwei unterschiedliche Arten, einmal durch „Zerlegen“ und einmal durch „Ergänzen“.

Erläutert, welche der beiden Berechnungsarten euch bei diesem Körper vorteilhafter erscheint.



- 3 Begründet, welche der beiden Methoden man verwendet, um das Volumen des abgebildeten Prismas zu bestimmen.

Schnelle Gruppen können das Volumen auch berechnen!



Hinweise

Prozessbezogene Kompetenzen

Folgende allgemeine mathematische Kompetenzen werden im Rahmen der Aufgabenbearbeitung besonders gefördert:

K1, K2, K4, K6

Ziel

Erarbeitung bzw. Einführung

Methode

Expertenpuzzle

Eine detaillierte Beschreibung der Methode, die auch konkrete Anregungen zur Unterrichtsgestaltung und zur Bildung der Gruppen beinhaltet, steht unter www.LehrplanPLUS.bayern.de → Gymnasium → Fachprofile → Mathematik → 2.4 Förderung von Kompetenzen im Unterricht → Materialien zum Download bereit ([direkter Link](#)).

Die Aufgabe kann grundsätzlich auch losgelöst von der vorgeschlagenen Methode eingesetzt werden, ihre Formulierung ist dazu je nach Verwendung ggf. entsprechend anzupassen (vgl. auch unten, „Anregungen“).

Hinweis zur Gruppengröße

Empfohlene Gruppengröße: 2 Personen (also Partnerarbeit)

Inhaltliche Voraussetzungen

Die Formel zur Berechnung des Volumens eines Quaders sowie die Volumeneinheiten müssen bekannt sein.

Anregungen

Die Aufgabenstellung der Expertengruppen eignet sich in einer offeneren Form (ohne Hinweise auf mögliche Strategien) auch sehr gut für ein „Ich-Du-Wir“, bei dem erfahrungsgemäß beide grundlegende Strategien (Zerlegen und Ergänzen) von einzelnen Schülerinnen und Schülern verwendet werden, die dann insbesondere in der „Wir“-Phase gewinnbringend gegenübergestellt werden können. Daran anknüpfend können dann analog die Aufgaben 2 und 3 der „Gemischten Gruppen“ bearbeitet werden.

Material zur Aufgabe

In der ergänzend zum Download angebotenen Zip-Datei befindet sich eine editierbare Version der Aufgabe (Word-Datei).

Expertenpuzzle „Vase“ – Lösungen

Lösungen zu den Aufgaben für die Expertengruppen I

a) Michael zerlegt die Vase in zwei Quader und addiert die Volumina dieser Quader.

b) Volumen V der Vase:

$$V = 16 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} + 20 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = \\ 256 \text{ cm}^3 + 320 \text{ cm}^3 = 576 \text{ cm}^3$$

c) Er benötigt drei Beutelchen mit Dekorationssand.

Lösungen zu den Aufgaben für die Expertengruppen II

a) Niklas ergänzt die Vase zu einem Quader und zieht vom Volumen des großen Quaders die Volumina der beiden kleinen Quader ab, die er ergänzt hat.

b) Volumen V der Vase:

$$V = 16 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} \cdot 24 \text{ cm} - 2 \cdot 20 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = \\ 1536 \text{ cm}^3 - 960 \text{ cm}^3 = 576 \text{ cm}^3$$

c) Er benötigt drei Beutelchen mit Dekorationssand.

Lösungen zu den Aufgaben für die Gemischten Gruppen

1 —

2 Volumen V des Körpers:

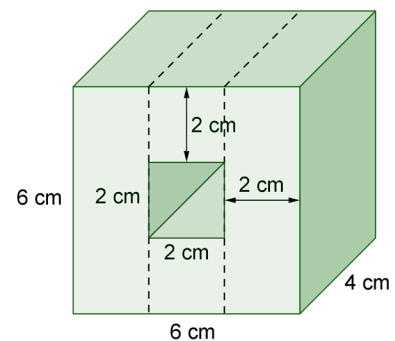
◆ Zerlegen:

z. B. (vgl. Abbildung):

$$V = 2 \cdot 6 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} + 2 \cdot 2 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = \\ 96 \text{ cm}^3 + 32 \text{ cm}^3 = 128 \text{ cm}^3$$

◆ Ergänzen:

$$V = V_{\text{„gr. Quader mit gefülltem Loch“}} - V_{\text{„Loch“}} = \\ 6 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} - 2 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = \\ 144 \text{ cm}^3 - 16 \text{ cm}^3 = 128 \text{ cm}^3$$



3 Man ergänzt das Prisma zu einem Quader mit den Maßen 4 cm, 8 cm und 8 cm. Das Volumen V des Prismas ist dann halb so groß wie das dieses Quaders: $V = 128 \text{ cm}^3$

Die Strategie „Zerlegen“ eignet sich hier weniger, da der Körper nicht aus Quadern zusammengesetzt ist. Allerdings kann das Prisma geschickt geteilt werden, z. B. parallel zur Bodenfläche auf halber Höhe. Der obere Teil ergänzt dann nach Drehung den unteren Teil zu einem Quader mit den Maßen 4 cm, 4 cm und 8 cm. In diesem Fall liegt eine Mischform der Lösungsstrategien vor.