Aufgaben zur Förderung grundlegender Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten – Lernbereich M 6 2.2

Jahrgangsstufe	6
Fach	Mathematik
Zeitrahmen	je Aufgabe 5 bis 10 Minuten
Benötigtes Material	pro Schülerin und Schüler eine Aufgabenstellung (alternativ: Projektion der Aufgabenstellung, z. B. mittels Computer & Beamer *oder* Dokumentenkamera & Beamer)

Kompetenzerwartungen
des „neuen" Lernbereichs, auf den sich die Aufgaben indirekt beziehen (vgl. Hinweise)

M6 2 Flächeninhalt und Volumen
M6 2.2 Volumen

Die Schülerinnen und Schüler…

- nutzen in Erweiterung der in der Grundschule erworbenen Kenntnisse zu Hohlmaßen das Prinzip des Messens auch dazu, die Formel zur Bestimmung des Volumens eines Quaders plausibel zu machen.
- haben eine räumliche Vorstellung von der Größe der Einheitswürfel, die zur Definition der Volumeneinheiten verwendet werden; sie rechnen verschiedene Volumeneinheiten, auch Liter und Milliliter, ineinander um und begründen ihr Vorgehen, z. B. anhand des Auslegens mit Einheitswürfeln.
- wenden die Formel zur Bestimmung des Volumens eines Quaders flexibel an.
- ermitteln für Körper aus ihrer Erfahrungswelt einen sinnvollen Näherungswert für das Volumen und erläutern ihr Vorgehen.
- führen in unterschiedlichen Kontexten Volumenbestimmungen durch gezieltes Zerlegen und Ergänzen von Körpern unter Verwendung der Formel zur Bestimmung des Volumens eines Quaders durch und lösen geometrische Problemstellungen angemessener Komplexität auch im Kopf.

Hinweise

Die Aufgaben unterstützen das Anliegen, grundlegende Kenntnisse, Vorstellungen, Fähigkeiten und Fertigkeiten systematisch zu wiederholen, zu üben und zu vertiefen, und werden – vorerst in den Jgst. 5 und 6 – für jeden Lernbereich angeboten.

Aufgaben mit unmittelbarem Bezug zum neuen Lernbereich (vorbereitende Aufgaben)

Die Aufgaben im ersten Abschnitt beziehen sich jeweils auf grundlegende Lehrplaninhalte vorhergehender Jahrgangsstufen (inklusive der Grundschule) sowie ggf. vorhergehender

Lernbereiche der Jgst. 6, die eine wesentliche Grundlage für einen erfolgreichen Kompetenzerwerb im neuen Lernbereich darstellen (z. B. Lernbereich „M6 3 Prozentrechnung, Daten und Diagramme“: Aufgabe zur aus Lernbereich M6 1.1 bekannten Prozentschreibweise). Für den neuen Lernbereich haben diese Aufgaben somit vorbereitenden Charakter, ohne dabei dessen Inhalte vorwegzunehmen.

Aufgaben ohne unmittelbaren Bezug zum neuen Lernbereich (ergänzende Aufgaben)

Im zweiten Abschnitt werden jeweils ergänzend Aufgaben zu grundlegenden Lehrplaninhalten vorhergehender Jahrgangsstufen angeboten, die keinen unmittelbaren Bezug zum neuen Lernbereich oder gar zur gesamten Jahrgangsstufe haben (z. B. Lernbereich „M6 1.1 Bruchteile und Bruchzahlen“: Aufgabe zum aus Jgst. 5 bekannten Zählprinzip).

Die Anzahl der zu einem Lernbereich angebotenen Aufgaben ist jeweils verhältnismäßig klein gewählt. Dies soll den Lehrkräften eine zeitaufwändige Sichtung ersparen und einen unmittelbaren Einsatz der Aufgaben ermöglichen.

Material zur Aufgabe

In der ergänzend zum Download angebotenen Zipdatei befindet sich eine editierbare Version der Aufgaben (Word-Datei).

Aufgaben

1 Aufgaben mit unmittelbarem Bezug zum Lernbereich M6 2.2, „Volumen“

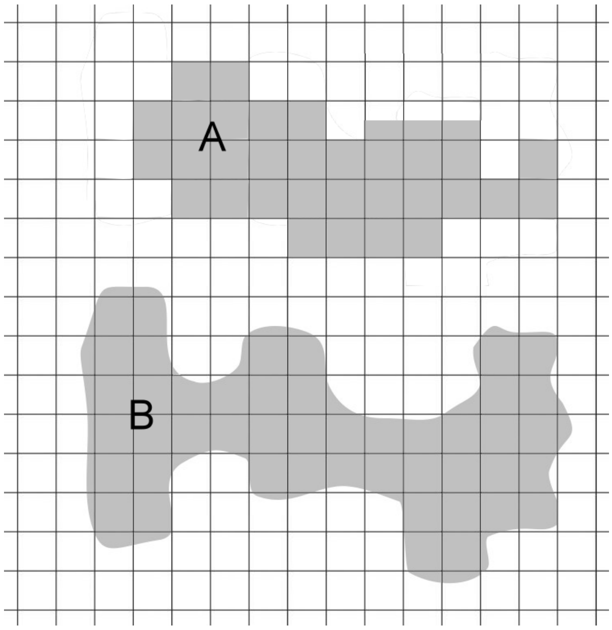
Aufgabe 1 (das Prinzip des Messens anwenden)

a) Bestimme den Flächeninhalt der Figur A in der Einheit „Kästchen“.

b) Bestimme den Flächeninhalt der Figur B in der Einheit „Kästchen“ möglichst genau.

c) Beschreibe, was es bedeutet, dass eine Figur den Flächeninhalt $7\,\text{dm}^2$ besitzt.

d) Beschreibe, was es bedeutet, dass eine Figur den Flächeninhalt $7\,\text{dm}^2\,12\,\text{cm}^2$ besitzt.



Aufgabe 2 (mit Flächeneinheiten und Hohlmaßen umgehen)

a) Gib eine Figur aus deiner Erfahrungswelt an, die in etwa den angegebenen Flächeninhalt hat.

(1) 1mm^2 **(2)** 1cm^2 **(3)** 1dm^2 **(4)** 1m^2 **(5)** 1a **(6)** 1ha

b) Gib einen Körper aus deiner Erfahrungswelt an, der in etwa das angegebene Hohlmaß hat.

(1) 1ml **(2)** 1l (ein Liter)

c) Rechne in die angegebenen Einheiten um.

(1) $3{,}5\,\text{dm}\ [\text{cm}]$; $3{,}5\,\text{dm}^2\ [\text{cm}^2]$; $3{,}5\,\text{l}\ [\text{ml}]$

(2) $27{,}8\,\text{cm}\ [\text{dm}]$; $27{,}8\,\text{cm}^2\ [\text{dm}^2]$; $27{,}8\,\text{ml}\ [\text{l}]$

d) Antonio erkennt die folgende Regel: *„Bei der Umrechnung zwischen zwei benachbarten Längeneinheiten muss ich das Komma um eine Stelle verschieben, bei zwei benachbarten Flächeneinheiten um zwei Stellen.“*
Mache diese Regel anhand der Umrechnung von m in dm bzw. von m^2 in dm^2 plausibel.

Aufgabe 3 (Lösungen von einfachen Gleichungen bestimmen)

Bestimme die Lösung der Gleichung, z. B. mithilfe einer Umkehraufgabe.

a) $2{,}5 \cdot 0{,}8 \cdot x = 8{,}4$

b) $0{,}02 \cdot x \cdot 5{,}5 = 0{,}231$

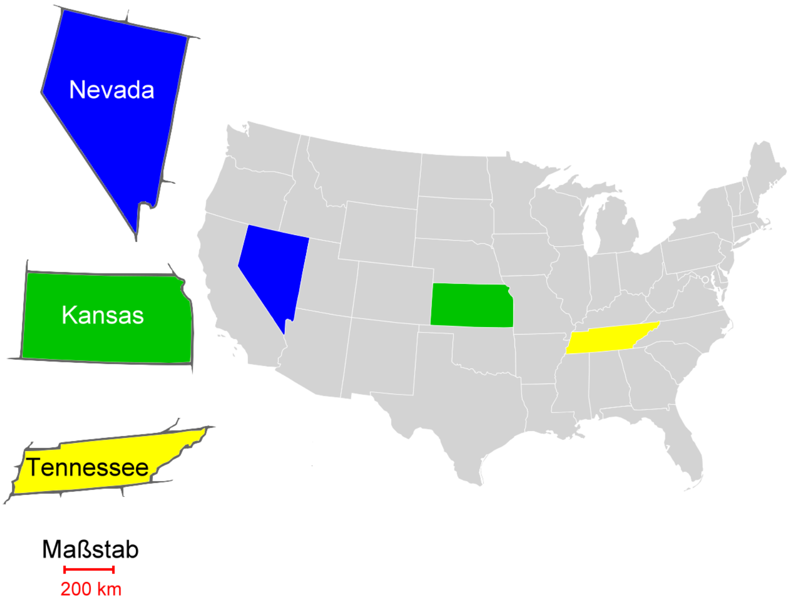
c) $x \cdot 1{,}5^2 = 1{,}8$

Aufgabe 4 (Näherungswerte für Flächeninhalte bestimmen)

Der USA-Karte sind die drei Bundesstaaten Nevada, Kansas und Tennessee entnommen, deren Flächenform man jeweils durch eine besondere Art von Viereck annähern kann.

a) Gib jeweils eine passende Vierecksart an und zeichne ein solches Viereck möglichst genau über dem Bundesstaat ein.

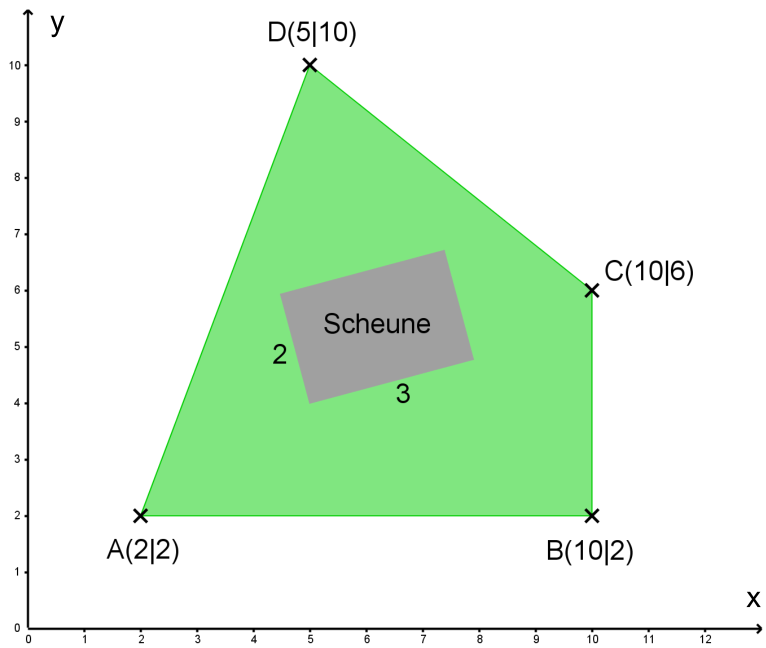
b) Berechne mithilfe der Vierecke aus Teilaufgabe a Näherungswerte für die Flächeninhalte der drei Bundesstaaten. Bestimme die dazu benötigten Streckenlängen auf 100 km genau.



Aufgabe 5 (Flächeninhalte durch Zerlegen und Ergänzen bestimmen)

Ein kleines Grundstück ist – bis auf die Fläche einer Scheune – von Rasen bedeckt. Berechne den Inhalt der Rasenfläche, wenn eine Längeneinheit im Koordinatensystem einem Meter in der Realität entspricht.

Tipp: Zerlege oder ergänze das Viereck ABCD so, dass du die für die Berechnung benötigten Längen direkt aus den Koordinaten der Punkte (ohne zu messen) bestimmen kannst.



2 Aufgaben ohne unmittelbaren Bezug zum Lernbereich

Aufgabe 6 (Termstrukturen erfassen)

a) Gib jeweils den Term an, der zur Beschreibung passt, und berechne dessen Wert.

(1) *Multipliziere die Summe der Zahlen 12 und* -7 *mit der Differenz der Zahlen 9 und* -5.

(A) $12+(-7)\cdot(9-(-5))$ **(B)** $(12+(-7))\cdot 9-(-5)$

(C) $(12+(-7))\cdot(9-5)$ **(D)** $(12+(-7))\cdot(9-(-5))$

(2) *Subtrahiere 18 von* -21*, dividiere anschließend durch 3 und subtrahiere 7.*

(A) $-21-18:3-7$ **(B)** $(18-21):3-7$

(C) $((-21)-18):3-7$ **(D)** $((-21)-18):(3-7)$

b) Erstelle nun umgekehrt eine Beschreibung zum Term und berechne anschließend seinen Wert.

(1) $7-4+5\cdot 8$ **(2)** $7-(4+5)\cdot 8$

Aufgabe 7 (Problemlösestrategien anwenden)

a) Radka testet Sophie:

Radka: „*Denke dir eine ganze Zahl und multipliziere sie mit 6. Addiere zum Ergebnis 18. Den Wert dieser Summe dividierst du durch 3. Vom Ergebnis subtrahierst du 17.*“

Sophie: „*Dann erhalte ich* -21.“

Radka: „*Warte einen Moment ... du hast dir die Zahl* -5 *gedacht.*“

Sophie: „*Stimmt! Radka, du kannst ja meine Gedanken lesen!*“

Das kann Radka natürlich nicht! Sie führt lediglich die folgenden Rechenschritte im Kopf aus: $-21+17=-4$ → $-4\cdot 3=-12$ → $-12-18=-30$ → $-30:6=-5$

Erläutere Radkas Strategie, ohne auf die Rechnungen direkt einzugehen.

b) Nun ist Samy an der Reihe.

Radka: „*Denke dir eine ganze Zahl. Nimm das Zehnfache deiner Zahl und addiere 25. Dividiere das Ergebnis durch* -5*. Das, was du nun berechnet hast, multipliziere mit 4. Zum Schluss addierst du 11 zum Ergebnis.*“

Samy: „*Dann erhalte ich 39.*“

Bestimme die Zahl, die sich Samy gedacht hat.

Lösungshinweise

Die Lösungshinweise dienen in erster Linie der Unterstützung der Lehrkräfte; sie enthalten keine vollständigen Lösungen der Aufgaben und gehen i. d. R. nicht auf mögliche gleichwertige alternative Lösungswege ein.

zu Aufgabe 1

a) $32{,}5$ Kästchen

b) etwa 46 Kästchen

c) Der Flächeninhalt der Figur ist genauso groß wie der von sieben Einheitsquadraten der Seitenlänge $1\,\text{dm}$; die Figur wird von diesen sieben Quadraten also genau überdeckt, wobei dazu die Quadrate je nach Gestalt der Figur noch geeignet zerlegt werden müssen.

d) Der Flächeninhalt der Figur ist genauso groß wie der von sieben Einheitsquadraten der Seitenlänge $1\,\text{dm}$ und zwölf Einheitsquadraten der Seitenlänge $1\,\text{cm}$; die Figur wird von diesen 19 Quadraten also genau überdeckt, wobei dazu die Quadrate je nach Gestalt der Figur noch geeignet zerlegt werden müssen.

zu Aufgabe 2

a) Beispiele:

(1) Das Loch eines Hemdkopfs hat einen Flächeninhalt von etwa $1\,\text{mm}^2$.

(2) Ein Fingernagel hat einen Flächeninhalt von etwa $1\,\text{cm}^2$.

(3) Die Vorderseite eines großen Smartphones hat einen Flächeninhalt von etwa $1\,\text{dm}^2$.

(4) Der Bildschirm eines großen Fernsehers hat einen Flächeninhalt von etwa $1\,\text{m}^2$.

(5) Ein halbes Tennisfeld hat einen Flächeninhalt von etwa $1\,\text{a}$.

(6) Die Rasenfläche in einem Sportstadion hat einen Flächeninhalt von etwa $1\,\text{ha}$.

b) **(1)** Ein kleiner Spielwürfel hat einen Rauminhalt von etwa $1\,\text{ml}$.

(2) Eine handelsübliche Milchflasche hat einen Rauminhalt von etwa $1\,\text{l}$.

c) **(1)** $3{,}5\,\text{dm} = 35\,\text{cm}$; $3{,}5\,\text{dm}^2 = 350\,\text{cm}^2$; $3{,}5\,\text{l} = 3500\,\text{ml}$

(2) $27{,}8\,\text{cm} = 2{,}78\,\text{dm}$; $27{,}8\,\text{cm}^2 = 0{,}278\,\text{dm}^2$; $27{,}8\,\text{ml} = 0{,}0278\,\text{l}$

d) Es gilt: $1\,\text{m} = 10\,\text{dm}$ und $1\,\text{m}^2 = 1\,\text{m} \cdot 1\,\text{m} = 10\,\text{dm} \cdot 10\,\text{dm} = 100\,\text{dm}^2$

Allgemein ist der Umrechnungsfaktor bei benachbarten Längeneinheiten auf 10 festgelegt, was die Verschiebung des Kommas um eine Stelle bedeutet. Der Umrechnungsfaktor bei benachbarten Flächeneinheiten ist dann 100 (wegen „Länge mal Breite“), was die Verschiebung des Kommas um zwei Stellen bedeutet.

Beispiel: $1{,}573\,\text{m} = 15{,}73\,\text{dm}$; $1{,}573\,\text{m}^2 = 157{,}3\,\text{dm}^2$

zu Aufgabe 3

a) $2{,}5 \cdot 0{,}8 \cdot x = 8{,}4 \;\Leftrightarrow\; 2 \cdot x = 8{,}4 \;\Leftrightarrow\; x = 8{,}4 : 2 \;\Leftrightarrow\; x = 4{,}2$

b) $0{,}02 \cdot x \cdot 5{,}5 = 0{,}231 \;\Leftrightarrow\; 0{,}11 \cdot x = 0{,}231 \;\Leftrightarrow\; x = 0{,}231 : 0{,}11 \;\Leftrightarrow\; x = 2{,}1$

c) $x \cdot 1{,}5^2 = 1{,}8 \;\Leftrightarrow\; x \cdot 2{,}25 = 1{,}8 \;\Leftrightarrow\; x = 1{,}8 : 2{,}25 \;\Leftrightarrow\; x = 0{,}8$

zu Aufgabe 4

a) Nevada: Trapez; Kansas: Rechteck; Tennessee: Trapez

b) Nevada: $A_N \approx \frac{1}{2} \cdot (400\,\text{km} + 800\,\text{km}) \cdot 500\,\text{km} = 300\,000\,\text{km}^2$ (exakt: $286\,000\,\text{km}^2$)
Kansas: $A_K \approx 400\,\text{km} \cdot 600\,\text{km} = 240\,000\,\text{km}^2$ (exakt: $213\,000\,\text{km}^2$)
Tennessee: $A_T \approx \frac{1}{2} \cdot (500\,\text{km} + 700\,\text{km}) \cdot 200\,\text{km} = 120\,000\,\text{km}^2$ (exakt: $109\,000\,\text{km}^2$)

zu Aufgabe 5

z. B.: Zerlegung der um die Scheunenfläche ergänzten Grundstücksfläche in zwei rechtwinklige Dreiecke und ein Rechteck; abschließende Subtraktion der Scheunenfläche:
$A = \frac{1}{2} \cdot 3\,\text{m} \cdot 8\,\text{m} + \frac{1}{2} \cdot 5\,\text{m} \cdot 4\,\text{m} + 5\,\text{m} \cdot 4\,\text{m} - 2\,\text{m} \cdot 3\,\text{m} = 36\,\text{m}^2$

zu Aufgabe 6

a) **(1)** Term: (D) Termwert: 70
(2) Term: (C) Termwert: -20

b) **(1)** Addiere zur Differenz der Zahlen 7 und 4 das Produkt der Zahlen 5 und 8.
Termwert: 43
(2) Subtrahiere das Achtfache der Summe der Zahlen 4 und 5 von 7.
Termwert: -65

zu Aufgabe 7

a) Radka arbeitet rückwärts, also vom Ergebnis her. Der Reihe nach kehrt sie jeden Rechenschritt um, sie bildet somit zu jeder Teilrechnung die Umkehraufgabe. Ausgehend vom Ergebnis ermittelt sie schrittweise die gedachte Zahl. (Beispiel: Aus *„Vom Ergebnis subtrahierst du 17.“* wird „ $-21 + 17 = -4$ “.)

b) $39 - 11 = 28$ → $28 : 4 = 7$ → $7 \cdot (-5) = -35$ → $-35 - 25 = -60$ → $-60 : 10 = -6$
Samy hat sich die Zahl -6 gedacht.

Quellen- und Literaturangaben

Quelle für die USA-Karte in Aufgabe 4: © ClipDealer