

Innenwinkelsumme in Vielecken

Jahrgangsstufe	7
Fach	Mathematik
Zeitraumen	Variante 1: 30–40 Minuten Variante 2: 15–20 Minuten
Benötigtes Material	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Datei oder Ausdruck derselben zur Projektion im Klassenzimmer ◆ bei Variante 1: je Schülerin und Schüler ein Ausdruck der Aufgabenstellung der ersten Du-Phase ◆ bei Variante 2: je Schülerin und Schüler ein Ausdruck der Aufgabenstellung der Ich-Phase <p>Medien: z. B.: Computer & Beamer <i>oder</i> Dokumentenkamera & Beamer</p>

Kompetenzerwartungen

M7 2 Geometrische Figuren: Symmetrie und Winkel

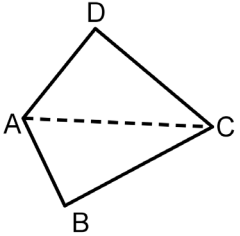
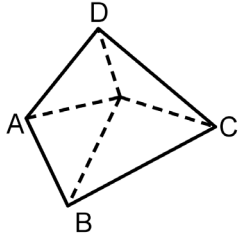
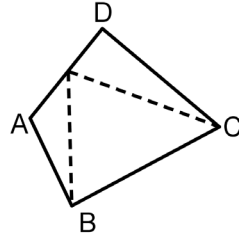
M7 2.2 Winkelbetrachtungen an Figuren

Die Schülerinnen und Schüler...

- ◆ erklären, wie von der Innenwinkelsumme im Dreieck auf die Innenwinkelsumme im Vieleck geschlossen werden kann.

Aufgabe – Variante 1: In zwei Schritten von der Innenwinkelsumme im Dreieck zur Innenwinkelsumme in Vielecken

Teil 1

Phase	Aufgabe
Ich	<p>Hannah weiß, dass die Innenwinkelsumme im Dreieck 180° beträgt. Sie hat nun bei mehreren Vierecken durch Messen und Addieren die Innenwinkelsumme bestimmt und immer den Wert 360° erhalten.</p> <p>Zeichne ein beliebiges Viereck und begründe mithilfe geeigneter Dreiecke, dass die Innenwinkelsumme im Viereck 360° beträgt.</p> <p style="text-align: right;">[Tipp: Nutze die Strategie „Zerlegen und Ergänzen“!]</p>
Du	<p>Vergleicht und diskutiert eure Ergebnisse.</p> <p>Hannah hat drei Möglichkeiten gefunden, ein Viereck in Dreiecke zu zerlegen:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <p>a)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>b)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>c)</p>  </div> </div> <p>Erklärt, wie man mit jeder dieser Unterteilungen darauf schließen kann, dass die Innenwinkelsumme im Viereck 360° beträgt.</p>
Wir	Vergleicht gemeinsam eure Ergebnisse.

Teil 2

Phase	Aufgabe
Ich	Zeichne ein beliebiges Fünfeck und ein beliebiges Sechseck und bestimme jeweils durch eine geeignete Unterteilung die Innenwinkelsumme.
Du	<p>Vergleicht und diskutiert eure Ergebnisse.</p> <p>Stellt dann einen Term für die Berechnung der Innenwinkelsumme im n-Eck (= Vieleck mit n Eckpunkten) auf.</p>
Wir	Vergleicht gemeinsam eure Ergebnisse.

Lösungshinweise zu Variante 1

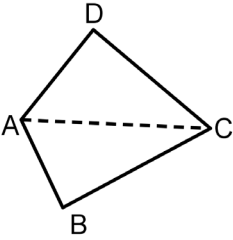
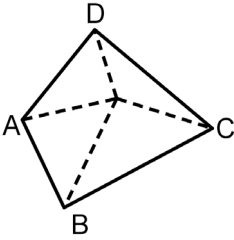
Teil 1

Phase	Lösung
Ich	In der Regel wird die Möglichkeit der Zerlegung in zwei Dreiecke selbständig entdeckt.
Du	Die Innenwinkelsumme ergibt sich aus a) $2 \cdot 180^\circ = 360^\circ$ (zwei Dreiecke) b) $4 \cdot 180^\circ - 360^\circ = 360^\circ$ (vier Dreiecke; Vollwinkel in der Mitte ist „zu viel“) c) $3 \cdot 180^\circ - 180^\circ = 360^\circ$ (drei Dreiecke; gestreckter Winkel mit Scheitel auf \overline{AD} ist „zu viel“)

Teil 2

Phase	Lösung
Ich	Innenwinkelsumme im Fünfeck: 540° Innenwinkelsumme im Sechseck: 720°
Du	Innenwinkelsumme im n-Eck: $(n - 2) \cdot 180^\circ$ bzw. $n \cdot 180^\circ - 360^\circ$ bzw. $(n - 1) \cdot 180^\circ - 180^\circ$ (je nach Art der Zerlegung)

Aufgabe – Variante 2: Von der Innenwinkelsumme im Viereck zur Innenwinkelsumme in Vielecken

Phase	Aufgabe
Ich	<p>Hannah weiß, dass die Innenwinkelsumme im Viereck 360° beträgt. Sie kann sich auch noch erinnern, dass zur Begründung dieser Tatsache eine Zerlegung in Dreiecke verwendet wurde. Sie hat zwei Möglichkeiten aufgezeichnet, wie man ein Viereck in Dreiecke zerlegen kann:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>a)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>b)</p>  </div> </div> <p>Erkläre, wie sie durch jede dieser Unterteilungen darauf schließen kann, dass die Innenwinkelsumme im Viereck 360° beträgt.</p>
Du	<p>Vergleicht und diskutiert eure Ergebnisse.</p> <p>Bestimmt anhand je einer geeigneten Skizze die Innenwinkelsumme im Fünfeck, im Sechseck und im Siebeneck. Stellt dann einen Term für die Berechnung der Innenwinkelsumme im n-Eck (= Vieleck mit n Eckpunkten) auf.</p>
Wir	<p>Vergleicht gemeinsam eure Ergebnisse.</p>

Lösungen zu Variante 2

Phase	Lösung
Ich	<p>Die Innenwinkelsumme ergibt sich aus</p> <p>a) $2 \cdot 180^\circ = 360^\circ$ (zwei Dreiecke)</p> <p>b) $4 \cdot 180^\circ - 360^\circ = 360^\circ$ (vier Dreiecke; Vollwinkel in der Mitte ist „zu viel“)</p>
Du	<p>Innenwinkelsumme im n-Eck: $(n - 2) \cdot 180^\circ$ bzw. $n \cdot 180^\circ - 360^\circ$</p>

Hinweise**Prozessbezogene Kompetenzen**

Folgende allgemeine mathematische Kompetenzen werden im Rahmen der Aufgabenbearbeitung besonders gefördert:

K1, K2, K4, K5, K6

Ziel

Erarbeitung

Hinweise zur Durchführung

Es werden zwei Varianten angeboten:

Variante 1 ist ein zweiteiliges Ich-Du-Wir, mit dem sowohl die Innenwinkelsumme im Viereck als auch die Innenwinkelsumme im Vieleck erarbeitet werden; dabei werden unterschiedliche Zerlegungsarten thematisiert. Es wird empfohlen, den Schülerinnen und Schülern einen Ausdruck der Aufgabenstellung der ersten Du-Phase zur Verfügung zu stellen. Die beiden Teile von Variante 1 können entweder innerhalb einer Unterrichtsstunde oder – mit Zwischenschaltung einer kurzen Übungsphase – in zwei Unterrichtsstunden durchgeführt werden.

Bei Variante 2 wird vorausgesetzt, dass eine Begründung für die Innenwinkelsumme im Viereck bereits bekannt ist. Der dabei auftretende Zerlegungsgedanke wird zunächst flexibilisiert und dann auf Vielecke mit mehr als vier Eckpunkten angewendet. Für die Durchführung wird empfohlen, den Schülerinnen und Schülern einen Ausdruck der Aufgabenstellung der Ich-Phase zur Verfügung zu stellen.

Methode

Ich-Du-Wir

Eine detaillierte Beschreibung der Methode, die auch konkrete Anregungen zur Unterrichtsgestaltung beinhaltet, steht unter www.LehrplanPLUS.bayern.de → Gymnasium → Fachprofile → Mathematik → 2.4 Förderung von Kompetenzen im Unterricht → Materialien zum Download bereit ([direkter Link](#)).

Die Aufgabe kann grundsätzlich auch losgelöst von der vorgeschlagenen Methode eingesetzt werden, ihre Formulierung ist dazu je nach Verwendung ggf. entsprechend anzupassen.

Material zur Aufgabe

In der ergänzend zum Download angebotenen Zipdatei befindet sich eine editierbare Version der Aufgabe (Word-Datei).