

Aufgaben zur Förderung grundlegender Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten – Lernbereich M7 2.2

Jahrgangsstufe	7
Fach	Mathematik
Zeitraumen	je Aufgabe 5 bis 10 Minuten
Benötigtes Material	pro Schülerin und Schüler eine Aufgabenstellung (alternativ: Projektion der Aufgabenstellung, z. B. mittels Computer & Beamer <i>oder</i> Dokumentenkamera & Beamer)

Kompetenzerwartungen

M7 2 Geometrische Figuren: Symmetrie und Winkel

M7 2.1 Winkelbetrachtungen an Figuren

Die Schülerinnen und Schüler...

- ◆ beschreiben Winkelzusammenhänge an Geradenkreuzungen und Doppelkreuzungen unter Verwendung der Begriffe Scheitelwinkel, Nebenwinkel, Stufenwinkel und Wechselwinkel.
- ◆ beweisen, ausgehend davon, dass Wechselwinkel an parallelen Geraden gleich groß sind, dass die Innenwinkelsumme im Dreieck 180° beträgt (oder umgekehrt), und stellen die dafür notwendige mehrschrittige Argumentation klar dar. Dabei ist ihnen sowohl die Bedeutung von Hilfslinien für Argumentationen als auch der Unterschied zwischen einem Fundamentalsatz und einem abgeleiteten Satz bewusst.
- ◆ erklären, wie von der Innenwinkelsumme im Dreieck auf die Innenwinkelsumme im Vieleck geschlossen werden kann.
- ◆ bestimmen bei Figuren mit mehrfachen Geradenkreuzungen aus gegebenen Winkelgrößen Größen anderer in der Figur auftretender Winkel, überprüfen anhand von Winkelgrößen die Parallelität von Geraden und begründen ihre Lösungsschritte.

Hinweise

Die Aufgaben unterstützen das Anliegen, grundlegende Kenntnisse, Vorstellungen, Fähigkeiten und Fertigkeiten systematisch zu wiederholen, zu üben und zu vertiefen, und werden – vorerst in den Jgst. 5, 6 und 7 – für jeden Lernbereich angeboten.

Aufgaben mit unmittelbarem Bezug zum neuen Lernbereich (vorbereitende Aufgaben)

Die Aufgaben im ersten Abschnitt beziehen sich jeweils auf grundlegende Lehrplaninhalte vorhergehender Jahrgangsstufen sowie ggf. vorhergehender Lernbereiche der Jgst. 7, die eine wesentliche Grundlage für einen erfolgreichen Kompetenzerwerb im neuen Lernbereich darstellen (z. B. Lernbereich „M7 4 Kenngrößen von Daten“: Aufgabe zum aus der Jgst. 6, Lernbereich M6 3, bekannten arithmetischen Mittel). Für den neuen Lernbereich haben diese Aufgaben somit vorbereitenden Charakter, ohne dabei dessen Inhalte vorwegzunehmen.



Aufgaben ohne unmittelbaren Bezug zum neuen Lernbereich (ergänzende Aufgaben)

Im zweiten Abschnitt werden jeweils ergänzend Aufgaben zu grundlegenden Lehrplaninhalten vorhergehender Jahrgangsstufen angeboten, die keinen unmittelbaren Bezug zum neuen Lernbereich oder gar zur gesamten Jahrgangsstufe haben (z. B. Lernbereich „M7 5 Kongruenz, besondere Dreiecke und Dreieckskonstruktionen“: Aufgabe zu den aus Jgst. 6 bekannten unterschiedlichen Darstellungsformen rationaler Zahlen).

Die Anzahl der zu einem Lernbereich angebotenen Aufgaben ist jeweils verhältnismäßig klein gewählt. Dies soll den Lehrkräften eine zeitaufwändige Sichtung ersparen und einen unmittelbaren Einsatz der Aufgaben ermöglichen.

Material zur Aufgabe

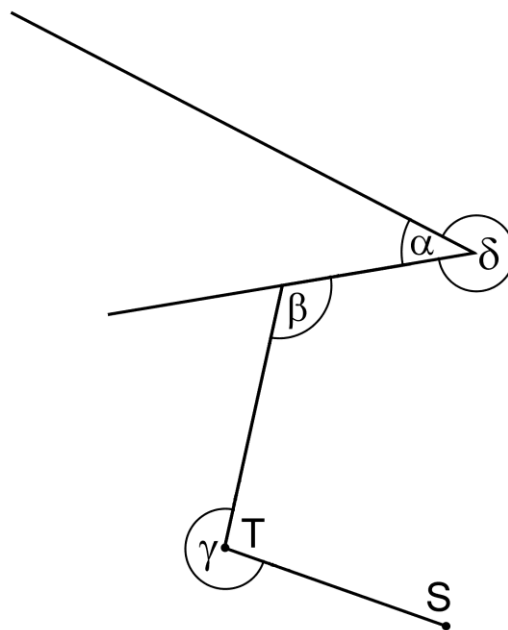
In der ergänzend zum Download angebotenen Zipdatei befindet sich eine editierbare Version der Aufgaben (Word-Datei).

Aufgaben

1 Aufgaben mit unmittelbarem Bezug zum Lernbereich M7 2.2, „Winkelbetrachtungen an Figuren“

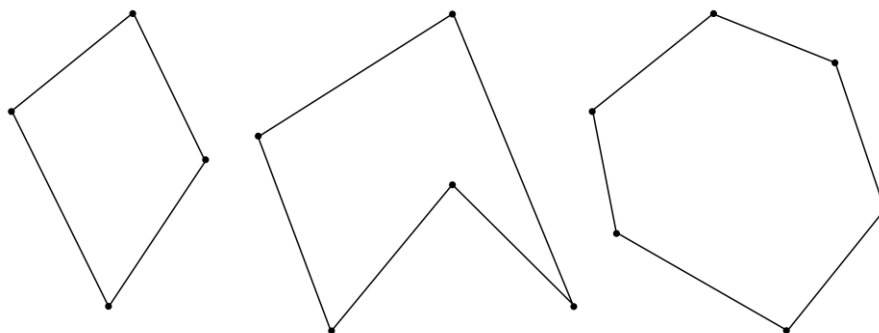
Aufgabe 1 (Winkel zeichnen und ihre Größe messen)

- Miss exakt die Größe der drei Winkel α , β und γ (sprich: „Alpha, Beta und Gamma“) und gib die Ergebnisse auf Grad genau an. Eventuell musst du Hilfslinien einzeichnen.
- Bestimme geschickt die Größe des Winkels δ (sprich: „Delta“).
- Zeichne einen Winkel ε (sprich: „Epsilon“) der Größe 122° an die Strecke \overline{ST} mit Scheitelpunkt S.
- Gib bei allen fünf Winkeln an, um welche Art von Winkel es sich jeweils handelt (rechter Winkler, spitzer Winkel, ...).

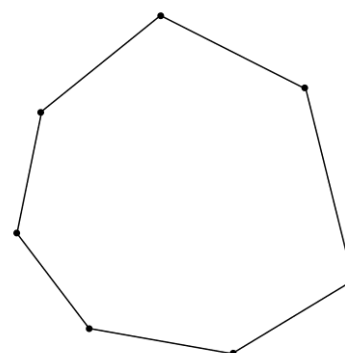


Aufgabe 2 (geometrische Figuren anhand ihrer Eigenschaften charakterisieren)

Bei Vielecken bezeichnet man eine Strecke zwischen zwei Eckpunkten, die nicht nebeneinander liegen, als Diagonale.

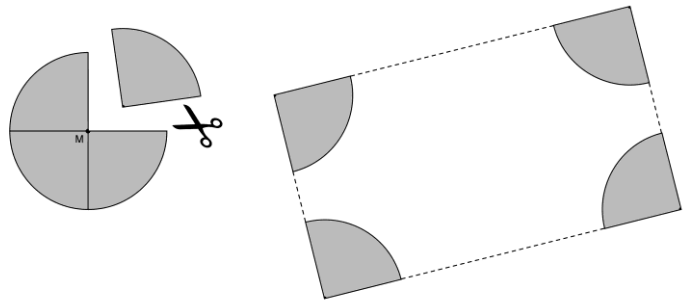


- Zeichne bei den oben abgebildeten drei Vielecken alle Diagonalen ein. Kontrolliere deine Ergebnisse mithilfe des Terms $T(n) = n \cdot (n-3) : 2$, der die Anzahl der Diagonalen eines n-Ecks angibt.
- Beschreibe, wie sich das abgebildete Fünfeck hinsichtlich der Lage seiner Diagonalen von den anderen beiden daneben abgebildeten Vielecken unterscheidet.
- Zerlege das nebenstehende Siebeneck durch Diagonalen in Dreiecke, wobei sich die Diagonalen nicht schneiden dürfen. Gib an, wie viel Dreiecke du erhältst.



Aufgabe 3 (Vierecke anhand ihrer Eigenschaften charakterisieren)

Noah schneidet einen Kreis aus Papier viermal bis zur Mitte ein. Dann erstellt er mit den vier entstandenen Winkeln ein Viereck (siehe Abbildung).



- a) Beim ersten Versuch schneidet Noah vier gleich große Winkel aus. Gib an, welche Art von Viereck er damit erstellen kann.
- b) Beim zweiten Versuch erstellt Noah mit Winkeln, die zusammen einen Vollkreis bilden, eine Raute, die kein Quadrat ist. Untersuche, wie Noah dabei vorgegangen ist. Zeichne dazu auf einem Blatt einen Kreis mit Radius 4 cm und markiere den Mittelpunkt. Zerteile den Kreis durch gerade Schnitte zum Mittelpunkt in vier Winkel, sodass du mit diesen eine Raute erstellen kannst. (Rat: Schneide nicht zu kleine Winkel aus.) Zeichne die Raute in dein Heft und beschreibe, wie du den Kreis zerteilt hast.
- c) Mit den in Aufgabe b ausgeschnittenen Winkeln kannst du noch ein anderes Viereck bilden. Gib an, von welcher besonderen Art dieses Viereck ist. Zeichne es in dein Heft und klebe die Winkel ein.
- d) Noah vermutet nun, dass man mit vier beliebigen Winkeln, die zusammen einen Vollkreis bilden, immer ein Viereck erstellen kann – auch wenn die vier Winkel unterschiedlich groß sind. Fertige dazu wie in Aufgabe b beschrieben vier unterschiedlich große Winkel an und versuche, damit ein Viereck zu bilden. (Rat: Schneide nicht zu kleine Winkel aus.) Falls es dir gelingt, zeichne dieses Viereck in dein Heft und klebe die Winkel ein.

Aufgabe 4 (Aussagen über Geraden und Winkel vervollständigen)

Vervollständige die Sätze über Winkel, sodass jeweils eine wahre Aussage entsteht.

- (1) Zwei Geraden, die sich nicht schneiden, sind zueinander _____.
- (2) Ein Lot auf eine Gerade bildet mit dieser Geraden einen Winkel von _____.
- (3) In jedem Parallelogramm sind gegenüberliegende Winkel _____.
- (4) Im Dreieck gibt es keine zwei zueinander parallelen Seiten, aber es kann zwei zueinander _____ Seiten geben.
- (5) Ist α ein Winkel in einem Dreieck, so gilt $0^\circ < \alpha < \text{_____}$.
- (6) Bilden die Winkel γ , δ und ε zusammen einen Vollwinkel, so gilt: $\gamma + \delta + \varepsilon = \text{_____}$.
- (7) Haben die Geraden g und h ein gemeinsames Lot, so sind g und h zueinander _____.

2 Aufgaben ohne unmittelbaren Bezug zum Lernbereich

Aufgabe 5 (Rechenvorteile nutzen)

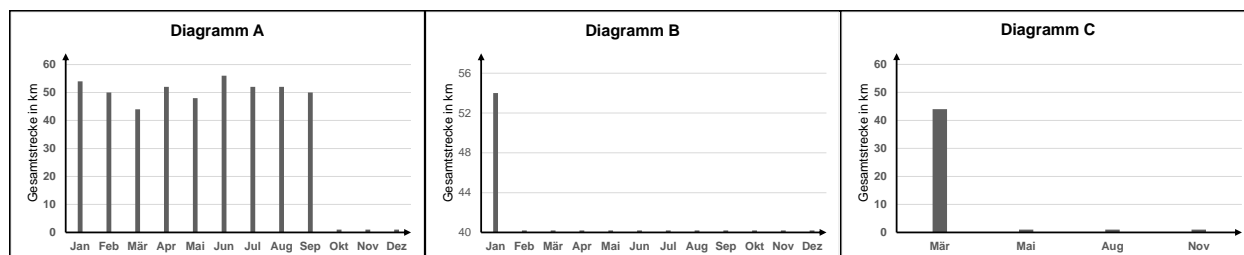
Rechne vorteilhaft, falls möglich. Gib die jeweils verwendeten Rechengesetze an.

a) $5,75 + \frac{5}{17} + 2\frac{1}{4}$
 b) $\frac{7}{13} \cdot \frac{3}{11} + 1\frac{6}{13} \cdot \frac{3}{11}$
 c) $21 : (3 + 7)$
 d) $\frac{3}{19} \cdot 0,4 \cdot \frac{9}{2}$

Aufgabe 6 (bei Diagrammen manipulative Darstellungen erkennen)

Toni ist ein begeisterter Jogger. Die Tabelle gibt für jeden Monat des letzten Jahres an, wie viele Kilometer er auf seinen Trainingsläufen insgesamt zurückgelegt hat. Die Daten sollen nun mithilfe von Diagrammen dargestellt werden.

Monat	Jan	Feb	Mär	Apr	Mai	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dez
Gesamtlänge in km	54	50	44	52	48	56	52	52	50	46	56	50



- Vervollständige das Diagramm A.
- Trage in das Diagramm B die Daten für die Monate Februar, März und April ein. Beschreibe, welchen Eindruck Diagramm B hinsichtlich Tonis Trainings hinterlässt und durch welche Manipulation am Diagramm dieser Eindruck erreicht wird.
- Vervollständige das Diagramm C. Beschreibe, welchen Eindruck Diagramm C hinterlässt und durch welche Änderung im Vergleich zu Diagramm A dieser Eindruck erreicht wird.

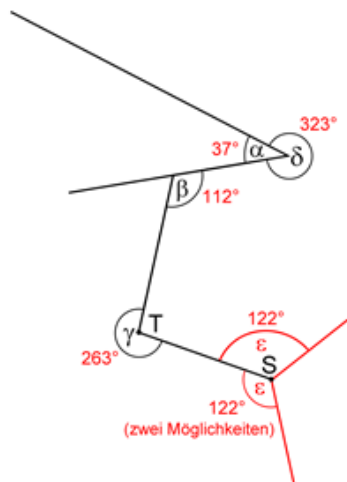
Lösungshinweise

Die Lösungshinweise dienen in erster Linie der Unterstützung der Lehrkräfte; sie enthalten keine vollständigen Lösungen der Aufgaben und gehen i. d. R. nicht auf mögliche gleichwertige alternative Lösungswege ein.

zu Aufgabe 1

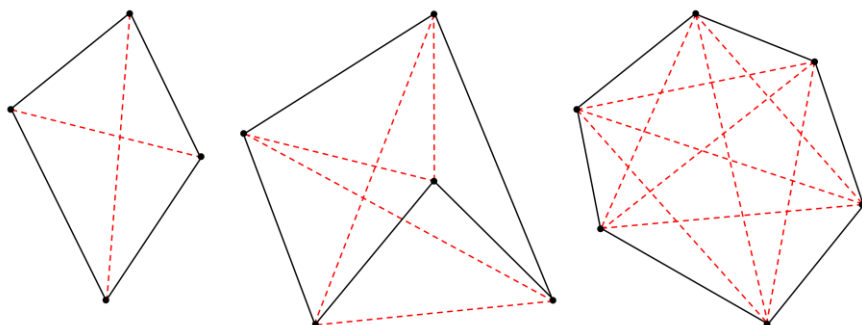
a), b) und c): siehe Abbildung

- d) spitzer Winkel: α ;
 stumpfer Winkel: β und ε ;
 überstumpfer Winkel: γ und δ



zu Aufgabe 2

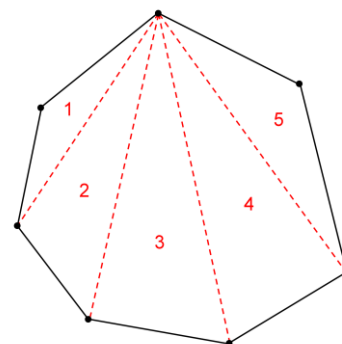
a)



$$T(4) = 4 \cdot (4 - 3) : 2 = 2 ; T(5) = 5 \cdot (5 - 3) : 2 = 5 ; T(6) = 6 \cdot (6 - 3) : 2 = 9$$

b) Unter den dargestellten Vielecken ist das Fünfeck das einzige mit Diagonalen, die nicht komplett innerhalb des Vielecks liegen.

c) die Abbildung zeigt eine mögliche Lösung:



zu Aufgabe 3

a) Rechteck

b) Eine Raute benötigt zwei Paare gleich großer Winkel. Diese erhält man beispielsweise, indem man den Kreis entlang zweier Durchmesser zerschneidet.

c) (achsensymmetrisches) Trapez

d) (Noahs Vermutung ist richtig.)

zu Aufgabe 4

(1) parallel; (2) 90° ; (3) gleich groß; (4) senkrechte; (5) $0^\circ < \alpha < 180^\circ$; (6) 360° ; (7) parallel

zu Aufgabe 5

a) $5,75 + \frac{5}{17} + 2\frac{1}{4} = 5,75 + 2,25 + \frac{5}{17} = 8\frac{5}{17}$ (Kommutativgesetz der Addition)

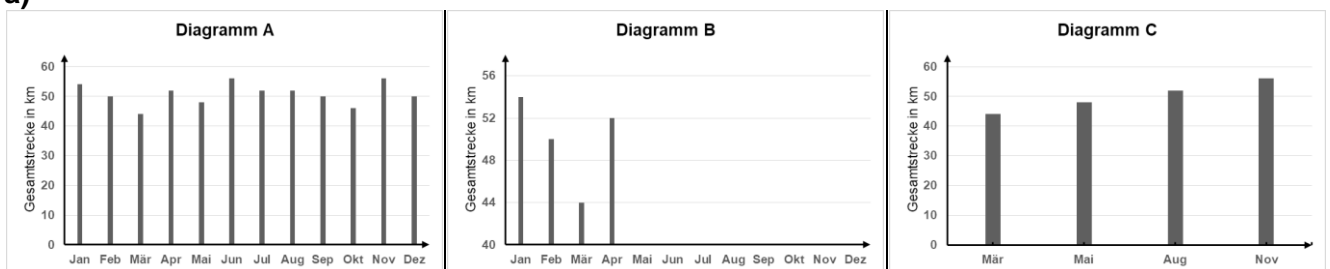
b) $\frac{7}{13} \cdot \frac{3}{11} + 1\frac{6}{13} \cdot \frac{3}{11} = \left(\frac{7}{13} + 1\frac{6}{13}\right) \cdot \frac{3}{11} = 2 \cdot \frac{3}{11} = \frac{6}{11}$ (Distributivgesetz)

c) $21 : (3 + 7) = 21 : 10 = 2,1$ (kein Gesetz)

d) $\frac{3}{19} \cdot 0,4 \cdot \frac{9}{2} = \frac{3}{19} \cdot \left(\frac{4}{9} \cdot \frac{9}{2}\right) = \frac{3}{19} \cdot 2 = \frac{6}{19}$ (Assoziativgesetz der Multiplikation)

zu Aufgabe 6

a)



b) Diagramm: siehe a

Eindruck zu Diagramm B: Die Länge von Tonis Gesamtlaufstrecke schwankt sehr stark von Monat zu Monat.

Manipulation am Diagramm C: Skalierung auf der y-Achse beginnt nicht bei 0 und ist gegenüber Diagramm A gestreckt.

c) Diagramm: siehe a

Eindruck zu Diagramm C: Tonis Gesamtlaufstrecken werden kontinuierlich länger.

Manipulation am Diagramm C: Auswahl nur von einzelnen Monaten, die zudem auf der Zeitachse auch fälschlich im jeweils gleichen Abstand angetragen sind.